Bizonyítsuk be, hogy ha valamely háromszögben

$$\sin C - \cos B = \cos A,$$

vagy

$$a + \cot(45^\circ - B) = \frac{2}{1-\cot C},$$

akkor a háromszög derékszögű. Megfordítva: minden derékszögű háromszögben

$$\cos(2C - B) = \frac{c}{a^3}(3a^2 - 4c^2).$$

Az 1)-ből következik, miszerint

$$\sin C = \cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2} = 2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\cos\frac{C}{2} = \cos\frac{A-B}{2}$$

$$C = A - B$$

$$A = B + C = 90^\circ$$

A 2)-ből következik, minthogy

$$\cot(45^\circ - B) = \tan(45^\circ + B) = \frac{\tan 45^\circ + \tan B}{1 - \tan 45^\circ \tan B} = \frac{1+\tan B}{1-\tan B}$$

$$1 + \frac{1+\tan B}{1-\tan B} = \frac{2}{1-\cot C} = \frac{2}{1-\tan B}$$

$$\cot C = \tan B$$

$$C = 90^\circ - B$$

s így tehát

$$A = 90^\circ$$

Minthogy

$$\cos(2C - B) = \cos 2C \cos B + \sin 2C \sin B$$

és

$$\cos 2C = 2cos^2 C - 1$$

$$\sin 2C = 2\sin C \cos C$$

tehát

$$\cos(2C - B) = 2C\cos^2 C\cos B - \cos B + 2\sin C\cos C\sin B$$

de

$$\cos C = \frac{b}{a}, \quad \cos B = \frac{c}{a}$$

$$\sin C = \frac{c}{a}, \quad \sin B = \frac{b}{a}$$

azért

$$\cos(2C - B) = 2\frac{b^2c}{a^3} - \frac{c}{a} + 2\frac{b^2c}{a^3}$$

de minthogy

$$b^2 = a^2 - c^2$$

tehát végre

$$\cos(2C - B) = \frac{c}{a^3}(3a^2 - 4c^2)$$

(A feladatot megoldották: Bolemann Béla, fg, VIII. Budapest; Friedmann Bernát, fg. VI. S.-A.-Ujhely; Grossmann Gusztáv, fg. VIII. Budapest, Grünhut Béla, fr. VI. Pécs; Jankovich György, fg. VIII. Losoncz; Meitner Elemér, fr. VIII. Budapest; Visnya Aladár, fr. VII. Pécs; Weisz Lipót fr. VI. Pécs. Jorga Gergely, Gilád.)