1°. A metsző síknak távolsága az alapsíktól legyen m, a kimetszett körök sugarainak közös értéke r. Ennek értékeit a gömb és a kúpból meghatározva, kapjuk a következő egyenleteket:

$$r^2 = R^2 - (R-m)^2, \quad r = R\frac{2R-m}{2R}$$

$$r^2 = 2Rm - m^2, \quad 2r = 2R - m$$

vagy a két egyenletből kiküszöbölve r-et

$$(2R-m)^2 = 8Rm - 4m^2 = 4R^2 - 4Rm + m^2$$

$$5m^2 - 12Rm + 4R^2 = 0$$

$$10m = 12R \pm \sqrt{144R^2 - 80R^2}$$

$$10m = 12R \pm 8R$$

$$m_1 = \frac{2}{5}R$$

$$m_2 = 2R$$

2°. Megtartva a fentebbi jelöléseket, lesz a csonka kúp térfogata

$$V = \frac{m\pi}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

a gömbszeleté

$$V' = \frac{m^2\pi}{3}(3R - m)$$

míg ismét

$$2r = 2R - m$$

tehát V értékének új alakja

$$V = \frac{m\pi}{12}(m^2 + 6Rm + 12R^2)$$

s így a feltétel értelmében

$$\frac{m\pi}{12}(m^2 - 6Rm + 12R^2) = n\frac{m^2\pi}{3}(3R - m)$$

$$m^2 - 6Rm + 12R^2 = 4nm(3R - m)$$

$$(4n+1)m^2 - 6R(2n+1)m + 12R^2 = 0 \qquad 1)$$

Hogy a feladat megoldható legyen, kell, hogy az 1) gyökei valósak és legalább egyikük $2R$-nél kisebb legyen. Az első feltétel ki van elégítve, ha

$$36R^2(2n+1)^2 - 48R^2(4n+1) \geqq 0$$

$$12R^2(2n-1)(6n+1) \geqq 0$$

$$n \geqq \frac{1}{2} \qquad 2)$$

Hogy megtudhassuk, foglaltatik-e a gyökök egyike 0 és $2R$ között, behelyettesítjük ez értékeket az 1)-be m helyébe; a helyettesítési értékek

$$f(0) = 12R^2 \qquad f(2R) = 4R^2(1-2n)$$

Az első pozitív, a második a 2) értelmében $\leqq 0$, tehát az 1) gyökei közül a kisebbik mindig megfelel, ha $n \geqq \frac{1}{2}$.

A feladatot megoldották: Baruch Jenő, fg. VIII. Nyíregyháza; Grossmann Gusztáv, fg. VIII. Budapest; ifj. Imre János, fg. VIII. Nyíregyháza; Jankovich György, fg. VIII. Losoncz; Visnya Aladár, fr. VII. Pécs.