

Megoldás:

Az adott $ABCD$ derékszögű négyszög AB , BC , CD , és DA oldalainak felezőpontjait E , F , G és H -nak az $EFGH$ rombus EF , FG , GH , és HE oldalainak egymásra következő metszéspontjait az adott körrel P_1 , Q_1 ; P_2 , Q_2 ; P_3 , Q_3 és P_4 , Q_4 -nek nevezvén, azon egyesek, melyek K -t a P_1 , P_2 , P_3 , és P_4 pontokban, valamint azok, melyek K -t a Q_1 ; Q_2 , Q_3 ; és Q_4 , pontokban érintik, a keresett két kongruens és $EFGH$ -hoz hasonló rombus oldalait képezik.

Bebizonyítás:

Nevezzük K kör középpontját O -nak, a P_1 pont érintőjének metsző pontjait az AB , BC egyenesekkel I , K -nak. $IEOP_1$ és P_1OFK négyszögek húrnégyszögek, mert IEO , IP , O , OP_1K , KFO derékszögek, tehát

$$OIP_1 = OEP_1, P_1KO = P_1FO \text{ és } IOK = EOF = \text{derékszög.}$$

Ennélfogva

IOK hasonló EOF háromszög

egyik negyedét képezi annak az $IKLM$ rombusnak, melynek oldalai a K kört érintik és az $ABCD$ derékszögű négyszögbe be van írva. E rombusnak IK -val szemben fekvő oldala LM K -t P_3 -ban érinti, mert P_1P_2 K -nak középpontján megy keresztül; továbbá KL oldala K -t P_2 -ben érinti, mert $P_1KO = P_1FO = OFP_2 = OKP_2$.

A feladatnak 2, 1, 0 valós megoldása van a szerint, a mint K kör az $EFGH$ rombusnak egyik oldalát 2, 1, 0 valós pontban metszi.

Klug Lipót.

A feladatot még megoldotta: Meitner Elemér fr. VIII. o. t. Budapest.

Második megoldás:

Legyenek a jelzések ugyanazok mint előbb. Látjuk, hogy az $EBFO$ húrnégyszög, tehát az EFO szög = EBO szöggel = α . De az EFO háromszög magassága nem egyéb az adott kör sugaránál, tehát

$$OE = \frac{R}{\cos \alpha} = OG$$

$$OF = \frac{R}{\sin \alpha} = OH$$

Megkapjuk tehát az $EFGH$ rombus csúcspontjait, ha az

$$\frac{R}{\cos \alpha} \text{ és } \frac{R}{\sin \alpha}$$

sugarakkal köröket írunk le.

A szerint, amint ezek a körök 2 – 2, 1 – 1 vagy egy pontban sem metszik a négyszög oldalait, a feladatnak 2, 1 vagy 0 megoldása van.

(Visnya Aladár fr. VII. o. t. Pécs).

A feladatot még megoldotta: Weisz Lipót fr. VI o. t. Pécs.