Vizsgáljuk meg a két súlyos test helyzetét a $t > \tau$ időpontban. Az elsőnek távolsága a kiinduláspontól

$$at - \tfrac{1}{2}gt^2,$$

a másodiké

$$b(t-\tau) - \tfrac{1}{2}g(t-\tau)^2.$$

Hogy e két távolság egymással egyenlő legyen, kell, hogy:

$$at - \tfrac{1}{2}gt^2 = bt - b\tau - \tfrac{1}{2}gt^2 + gt\tau - \tfrac{1}{2}g\tau^2$$

azaz

$$t = \frac{-b\tau - \frac{1}{2}g\tau^2}{(a - g\tau) - b}. \qquad 1)$$

Hogy ez pozitív és véges érték legyen, azaz, hogy a testek *egyáltalában* találkozhassanak, kell, hogy

$$b > a - g\tau \qquad 2)$$

vagyis hogy a kezdő $b$ sebesség okvetlenül nagyobb legyen az első test azon sebességénél, mellyel ez a $\tau$ időpontban rendelkezik. Tényleg, ha $b < a - gt$ , a második test már előbb kezd esni, mielőbb az első tetőpontját elérte volna, s így semmi esetre sem találkozhatnak. Ha $b = a - g\tau$ az 1) értelmében $t$ végtelen nagy. Valóban ekkor a $t = \tau$ időponttól kezdve a két test állandó távolságra van egymástól.

Ha $b > a - g\tau$ a második, harmadik vagy negyedik eset a szerint következik be, miszerint

$$\frac{b\tau + \frac{1}{2}g\tau^2}{b - (a - g\tau)} \lessgtr \frac{a}{g}$$

vagy

$$b\left(\frac{a}{g} - \tau\right) \gtrless a\left(\frac{a}{g} - \tau\right) + \tfrac{1}{2}g\tau^2. \qquad 2)$$

Ha $\tau < \dfrac{a}{g}$, akkor

$$b \gtrless a + \frac{\frac{1}{2}g\tau^2}{\frac{a}{g} - \tau};$$

ha azonban $\tau \geq \dfrac{a}{g}$, a 2)-ből $b$ értékére semmi következtetést nem vonhatunk, mert az $\tau = \dfrac{a}{g}$ esetben a $b$ szorzója zérus; a $\tau > \dfrac{a}{g}$ esetben a 2) a következő alakot nyeri

$$b\left(\tau - \frac{a}{g}\right) \lessgtr a\left(\tau - \frac{a}{g}\right) - \tfrac{1}{2}g\tau^2 = -\frac{1}{2g}\left[(g\tau - a)^2 + a^2)\right]$$

melyből

$$b \lessgtr -\frac{(g\tau - a)^2 + a^2}{2(g\tau - a)}$$

azaz $b$ kisebb, egyenlő vagy nagyobb egy negatív mennyiségnél.

Ekkor a találkozás helyét a következőképpen határozzuk meg.

$1^0. \tau = \dfrac{a}{g}$. A második test akkor kezd emelkedni, midőn az első esni kezd. Ezen időponttól számított $t$ idő múlva a két test helyzete

$$bt - \frac{gt^2}{2} = \frac{a^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}$$

miből

$$t = \frac{a^2}{2bg}.$$

Itt azon kérdés merülhet fel, mekkorának kell a $b$-t választani, hogy a *leeső* első test a második testet emelkedő, nyugvó vagy eső helyzetben találja. Ez a szerint következik be, miszerint

$$\frac{a^2}{2bg} \lessgtr \frac{b}{g}$$

vagyis a szerint, amint

$$b \gtrless \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$2^0. \tau = \dfrac{a}{g} + \tau'$. A két test helyzete $t$ idő múlva a következő egyenletből határozható meg:

$$bt - \frac{gt^2}{2} = \frac{a^2}{2g} - \frac{g}{2}(\tau' + t)^2 = \frac{a^2}{2g} - \frac{g}{2}\tau'^2 - g\tau' t - \frac{g}{2}t^2$$

$$t(b + g\tau') = \frac{a^2}{2g} - \frac{g\tau'^2}{2}$$

$$t = \frac{a^2 - g^2\tau'^2}{2g(b + g\tau')}$$

Ismét három eset lehetséges, t. i.

$$\frac{a^2 - g^2\tau'^2}{2g(b + g\tau')} \lessgtr \frac{b}{g}$$

$$a^2 - g^2\tau'^2 \lessgtr 2b(b + g\tau')$$

$$2b^2 + 2g\tau' b - a^2 + g^2\tau'^2 \gtrless 0$$

miből

$$b \gtrless -\tfrac{1}{2}g\tau' + \tfrac{1}{2}\sqrt{2a^2 - g^2\tau'^2}$$

*Grossmann Gusztáv, főgymn. VIII. o. t. Budapest*