

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = z, \quad (1)$$

$$2x + 2y + p = 0, \quad (2)$$

$$z^4 + pz^2 + q = 0. \quad (3)$$

Ha az első egyenlet mindkét oldalát négyzetre emeljük, nyerjük a következőt:

$$x + 2\sqrt{xy} + y = z^2 \quad (4)$$

Ha továbbá ennek mindkét oldalát 2-vel szorozzuk és belőlük a (2) jobb illetve bal oldalát levonjuk, a következő egyenletre jutunk:

$$4\sqrt{xy} = 2z^2 + p \quad (5)$$

vagy négyzetre emelve mindkét oldalon:

$$xy = \left( \frac{2z^2 + p}{4} \right)^2 \quad (6)$$

míg a (2)-ből:

$$x + y = -\frac{p}{2} \quad (7)$$

A (6) és (7) alatti egyenletekből következik, hogy  $x$  és  $y$  a következő másodfokú egyenlet gyökei:

$$u^2 + \frac{p}{2}u + \left( \frac{2z^2 + p}{4} \right)^2 = 0 \quad (8)$$

Ennek gyökei  $u'$  és  $u''$  vagyis  $x$  és  $y$  a következők:

$$-\frac{p}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p^2}{4} - 4\left(\frac{2z^2 + p}{4}\right)^2}$$

vagy

$$-\frac{p}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{-2^4 - z^2p}$$

De ezen kifejezés a (3) tekintetbe vételével a következő alakot ölti:

$$-\frac{p}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{q}$$

és ez  $x$  és  $y$ -nak közös alakja, vagyis

$$x = -\frac{p}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{q} \quad (9)$$

$$y = -\frac{p}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{q} \quad (10)$$

míg  $z$  értéke a (3)-ból;

$$z = \sqrt{-\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}} \quad (11)$$

Hogy  $x$ ,  $y$ , és  $z$  egyidejűleg mind valósak legyenek, kell, hogy:

$$q \geq 0$$

$$p^2 - 4q \geq 0$$

$$-p + \sqrt{p^2 - 4q} \geq 0$$

De minthogy  $\sqrt{p^2 - 4q} \leq p$  a legutolsó egyenlőtlenség csak úgy áll fenn, ha  $p < 0$  és a szükséges és elegendő föltételek a legegyszerűbb alakban:

$$p \leq 0, \quad q \geq 0 \text{ és } p^2 - 4q \geq 0.$$

(Suták Sándor, főgymn. VIII. oszt. tanuló, Nyíregyháza).