

$$\sqrt[5]{x} + \sqrt[5]{y} = 7 \quad 1)$$

$$x + y = 3157 \quad 2)$$

Helyettesítsük x és y helyébe u^5 és v^5 -én. Az egyenletek ekkor a következő alakokat nyerik

$$u + v = 7 \quad 3)$$

$$u^5 + v^5 = 3157 \quad 4)$$

Ha a 3)-at ötödik hatványra emeljük és belőle a 4)-et levonjuk, kapjuk a következő egyenleteket:

$$5u^4v + 10u^3v^2 + 10u^2v^3 + 5uv^4 = 13650$$

$$uv(u^3 + 2u^2v + 2uv^2 + v^3) = 2730$$

$$uv(u + v)(u^2 + uv + v^2) = 2730$$

$$uv(u^2 + uv + v^2) = 390$$

$$uv[(u + v)^2 - uv] = 390$$

$$uv(49 - uv) = 390$$

$$(uv)^2 - 49(uv) + 390 = 0$$

Ebből

$$uv = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 390}}{2}$$

$$uv = \frac{49 \pm 29}{2}$$

$$u_1v_1 = 39$$

$$u_2v_2 = 10$$

Tehát u és v a következő másodfokú egyenletek gyökei

$$z^2 - 7z + 39 = 0$$

$$z^2 - 7z + 10 = 0$$

Azaz

$$z = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 39}}{2}$$

$$z' = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 10}}{2}$$

Vagyis

$$u_1 = \frac{1}{2}(7 + \sqrt{-107})$$

$$v_1 = \frac{1}{2}(7 - \sqrt{-107})$$

$$u_2 = 5$$

$$v_2 = 2$$

Tehát

$$x_1 = \frac{1}{32}(7 + \sqrt{-107})^5$$

$$y_1 = \frac{1}{32}(7 - \sqrt{-107})^5$$

$$x_2 = 3125$$

$$y_2 = 32$$

Végül még

$$x_1 = 1578,5 - 905,5\sqrt{-107}$$

$$y_1 = 1578,5 + 905,5\sqrt{-107}$$

alakban írandók.

Schönner Odilo és Seidner Mihály Losoncz; Sztrapkovits István, S.-A.-Ujhely.