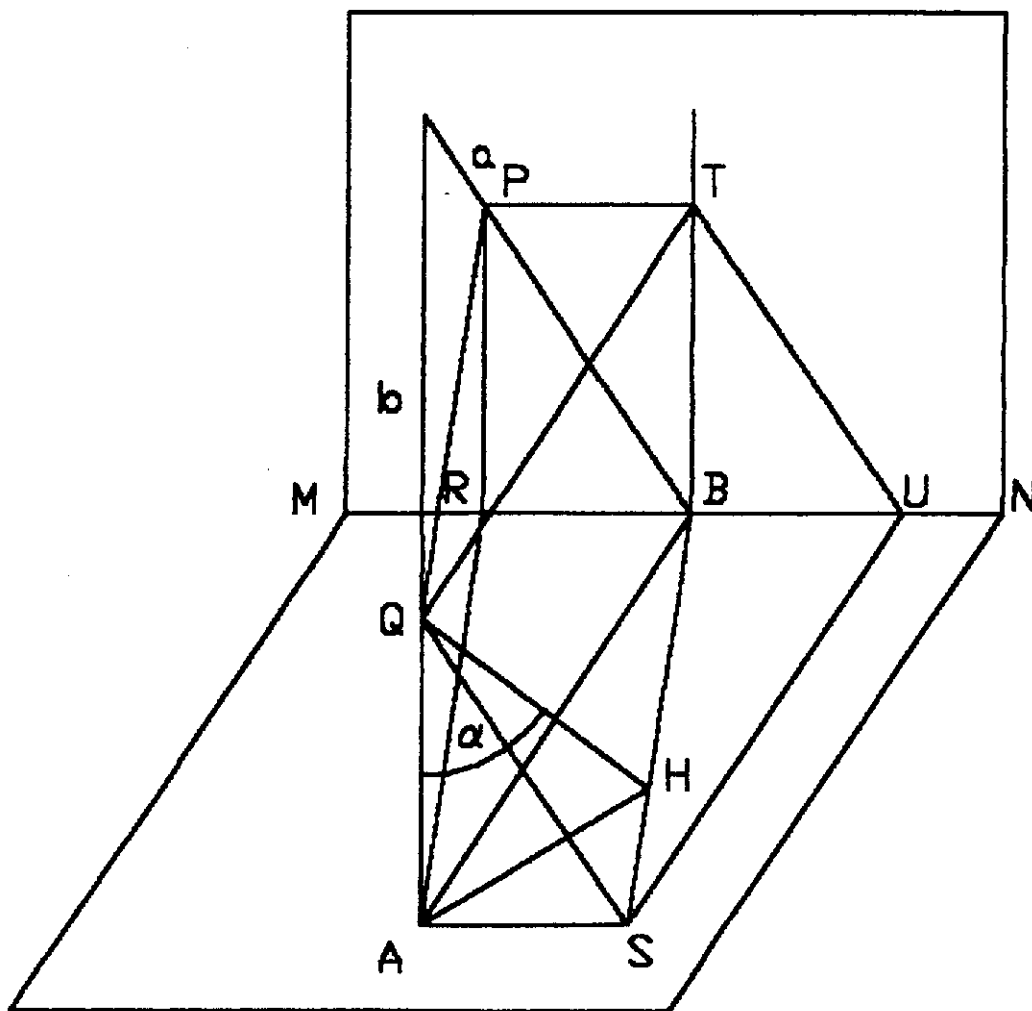


Legyen az  $a$  és  $b$  egyenesek egymástól távolsága  $AB$ . Tegyük az  $a$  egyenesen keresztül a  $b$ -vel párhuzamos síkot és az  $A$  ponton keresztül a  $b$ -re merőleges síkot. A két sík metszésvonalát jeleltessék  $MN$ -nel. (5. ábra.)



5. ábra

Válasszunk a  $a$  egyenesen tetszőleges  $P$  pontot és húzzuk belőle a  $b$ -re merőleges  $PQ = p$ -t. Húzzuk a  $Q$ -ből párhuzamosat  $a$ -val, s jeleljük dőféspontját a  $b$ -re merőleges síkkal  $S$ -sel. Végre húzzuk az  $AR$  és  $PR$  egyeneseket, melyek mindkettő az  $MN$ -re merőlegesek.

Ekkor a  $QASPRB$  ferdeháromoldalú hasábot nyerjük. Hogy ennek térfogatát meghatározhassuk, fektessünk a  $QA$  egyenesen keresztül a  $BS$ -re merőleges síkot, mely a hasábot  $QAH$  háromszögben metszi. A háromszög  $AQH$  szöge az  $(ap)$  sík és  $b$  egyenes hajlásszöge  $\alpha$ . A hasáb térfogata

$$V = \frac{1}{2}AQ \cdot AH \cdot p$$

De

$$AH = AQ \tan \alpha$$

s így

$$V = \frac{1}{2}AQ^2 \cdot p \cdot \tan \alpha \tag{1}$$

Húzzuk másrészt a  $Q$  és  $S$  pontokból az  $AB$ -vel párhuzamos  $QT$  és  $SU$  egyeneseket. Keletkezik az  $AQSBTU$  egyenes háromoldalú hasáb, melynek térfogata egyenlő az előbb leírt ferde hasáb térfogatával; vagyis

$$V = \frac{1}{2}AQ^2 \cdot p \cdot \tan \alpha = \frac{1}{2}AQ \cdot AS \cdot AB$$

De

$$AS = AQ \cdot \operatorname{tg} \varphi$$

hol a  $\varphi$  az  $a$  és  $b$  egyenesek által képezett szög és  $AB$  a két egyenes távolsága  $d$ .

Tehát

$$\frac{1}{2}AQ^2 \cdot p \cdot \tan \alpha = \frac{1}{2}AQ^2 \cdot d \cdot \tan \varphi \quad 2)$$

vagyis

$$p \cdot \tan \alpha = d \cdot \tan \varphi = \text{állandó.}$$

Ami bebizonyítandó volt.