

Legyen $(ABCD) = k_1$ akkor

$$(ABCD) = \frac{AC}{BC} : \frac{AD}{BD} = k_1$$

$$(ABDC) = \frac{AD}{BD} : \frac{AC}{BC} = \frac{1}{k_1}$$

$$(ACBD) = \frac{AB}{CB} : \frac{AD}{CD} = k_2$$

$$(ACDB) = \frac{AD}{CD} : \frac{AB}{CB} = \frac{1}{k_2}$$

$$(ADBC) = \frac{AB}{DB} : \frac{AC}{DC} = k_3$$

$$(ADCB) = \frac{AC}{DC} : \frac{AB}{DB} = \frac{1}{k_3}$$

$$(BACD) = \frac{BC}{AC} : \frac{BD}{AD} = \frac{1}{k_1}$$

$$(BADC) = \frac{BD}{AD} : \frac{BC}{AC} = k_1$$

$$(BCAD) = \frac{BA}{CA} : \frac{BD}{CD} = k_3$$

$$(BCDA) = \frac{BD}{CD} : \frac{BA}{CA} = \frac{1}{k_3}$$

$$(BDAC) = \frac{BA}{DA} : \frac{BC}{DC} = k_2$$

$$(BDCA) = \frac{BC}{DC} : \frac{BA}{DA} = \frac{1}{k_2}$$

$$(CABD) = \frac{CB}{AB} : \frac{CD}{AD} = \frac{1}{k_2}$$

$$(CADB) = \frac{CD}{AD} : \frac{CB}{AB} = k_2$$

$$(CBAD) = \frac{CA}{BA} : \frac{CD}{BD} = \frac{1}{k_3}$$

$$(CBDA) = \frac{CD}{BD} : \frac{CA}{BA} = k_3$$

$$(CDAB) = \frac{CA}{DA} : \frac{CB}{DB} = k_1$$

$$(CDBA) = \frac{CB}{DB} : \frac{CA}{DA} = \frac{1}{k_1}$$

$$(DABC) = \frac{DB}{AB} : \frac{DC}{AC} = \frac{1}{k_3}$$

$$(DACB) = \frac{DC}{AC} : \frac{DB}{AB} = k_3$$

$$(DBAC) = \frac{DA}{BA} : \frac{DC}{BC} = \frac{1}{k_2}$$

$$(DBCA) = \frac{DC}{BC} : \frac{DA}{BA} = k_2$$

$$(DCAB) = \frac{DA}{CA} : \frac{DB}{CB} = \frac{1}{k_1}$$

$$(DCBA) = \frac{DB}{CB} : \frac{DA}{CA} = k_1$$

Látjuk, hogy a symbolum értékei négyenkint egyenlők egymással, s így a symbolumnak csak 6 egymástól különböző értéke van; t.i. : k_1, k_2, k_3 és $\frac{1}{k_1}, \frac{1}{k_2}, \frac{1}{k_3}$.

De k_2 azaz

$$\begin{aligned} \frac{AB}{CB} : \frac{AD}{CD} &= \frac{CB - CA}{CB} \cdot \frac{CA + AD}{AD} = \\ &= \frac{CB \cdot CA - CA^2 + CB \cdot AD - CA \cdot AD}{CB \cdot AD} = \\ &= 1 - \frac{CA(CA - CB + AD)}{CB \cdot AD} = \\ &= 1 - \frac{CA(BA + AD)}{CB \cdot AD} = 1 - \frac{CA \cdot BD}{CB \cdot AD} \\ &= 1 - \frac{CA}{DA} \cdot \frac{CB}{DB} = 1 - k_1. \end{aligned}$$

És k_3 azaz

$$\begin{aligned} \frac{AB}{DB} : \frac{AC}{DC} &= \frac{DB - DA}{DB} \cdot \frac{DA + AC}{AC} = \\ &= \frac{DB \cdot DA - DA^2 + DB \cdot AC - DA \cdot AC}{DB \cdot AC} = \\ &= 1 - \frac{DA(DA - DB + AC)}{DB \cdot AC} = 1 - \frac{DA(BA + AC)}{DB \cdot AC} = \\ &= 1 - \frac{DA \cdot BC}{DB \cdot AC} = 1 - \frac{AD}{AC} \cdot \frac{BD}{BC} \\ &= 1 - \frac{1}{k_1} = \frac{k_1 - 1}{k_1}. \end{aligned}$$

Tehát az $(ABCD)$ symbolum, ha benne a betűket permutáljuk a következő 6 értéket veszi fel:

$k_1, \frac{1}{k_1}, \frac{1}{1-k_1}, \frac{k_1-1}{k_1}$ és $\frac{k_1}{k_1-1}$.

(Szartórisz Kálmán, főgymn. VIII. oszt. tanuló, Losoncz.) A feladatot még megoldotta: Hónig Viktor, főgymn. VIII. oszt. tan. Kaposvár.