

Vigyük át a 3-at a baloldalra ellenkező előjellel, ezáltal nem változik az egyenlőtlenség,

$$\frac{4x^4 - 20x^2 + 18}{x^4 - 5x^2 + 4} - 3 < 0.$$

$$\frac{4x^4 - 20x^2 + 18 - 3x^4 + 15x^2 - 12}{x^4 - 5x^2 + 4} < 0.$$

$$\frac{x^4 - 5x^2 + 6}{x^4 - 5x^2 + 4} < 0.$$

A tört negatív, tehát kell, hogy vagy a számláló, vagy a nevező negatív legyen. Itt a nevező negatív. Legyen a számlálóban álló függvény jele $F(x^2)$.

$$F(x^2) = x^4 - 5x^2 + 6$$

$$= (x^2 - x_1^2)(x^2 - x_2^2)$$

A függvény pozitív, tehát a szorzat mindkét tagja vagy +, vagy - előjelű.

$$\begin{array}{ll} x^2 - x_1^2 > 0 & x^2 - x_1^2 < 0 \\ \underline{x^2 - x_2^2 > 0} & \underline{x^2 - x_2^2 < 0} \\ x^4 - 5x^2 + 6 = 0 & \\ x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}; & x_1^2 = 3, \quad x_2^2 = 2 \end{array}$$

tehát

$$\begin{array}{ll} x^2 - 3 > 0 & x^2 - 3 < 0 \\ \underline{x^2 - 2 > 0} & \underline{x^2 - 2 < 0} \\ x^2 > 3 & x^2 < 2 \end{array}$$

Legyen a nevezőben álló függvény jele $f(x^2)$.

$$f(x^2) = x^4 - 5x^2 + 4$$

$$= (x^2 - x_1^2)(x^2 - x_2^2)$$

$$x^2 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}; \quad x_1^2 = 4, \quad x_2^2 = 1$$

$$f(x^2) = (x^2 - 4)(x^2 - 1)$$

A függvény negatív, tehát egyik tag negatív.

$$\begin{array}{l} x^2 < 4 \\ x^2 > 1 \\ \hline 1 < x^2 < 4 \end{array}$$

Kell, hogy az x mind a feltételeknek megfeleljen, tehát első esetben

$$\begin{array}{l} 1 < x^2 < 4 \\ 3 < x^2 \\ \hline 1 < 3 < x^2 < 4 \\ 3 < x^2 < 4 \\ +\sqrt{3} < x < 2; \quad -2 < x < -\sqrt{3} \end{array}$$

második esetben

$$\begin{array}{l} 1 < x^2 < 4 \\ x^2 < 2 \\ \hline 1 < x^2 < 2 < 4 \\ 1 < x^2 < 2 \\ 1 < x < \sqrt{2}; \quad -\sqrt{2} < x < -1 \end{array}$$

(Heymann Tivadar, főreálisk. VII. oszt. tanuló, Győr).