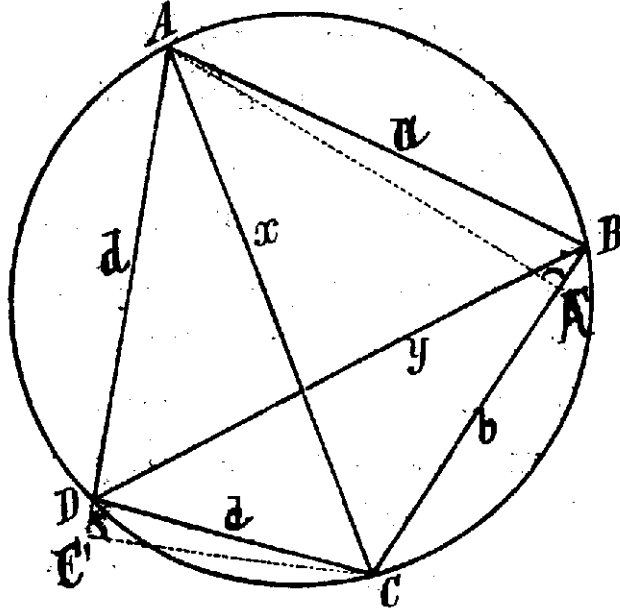




Az ABCD négyszög körül írt kör sugara egyenlő az ABC, BCD, CDA, vagy DAB háromszögek körül írt körök sugarával. Hogy ezt kiszámíthassuk, csak az $AC=x$, vagy a $BD=y$ hosszúságot kell ismernem

$$(1) \quad \begin{aligned} x^2 &= a^2 + b^2 - 2aA'B, \\ x^2 &= c^2 + d^2 + 2cC'D, \end{aligned}$$

a Carnot-tétel értelmében.

Az ABA' és CDC' háromszögek hasonlóságából következik, hogy:

$$(2) \quad A'B : C'D = a : c.$$

Az (1) és (2)-ből lesz a következő:

$$\begin{aligned} 2bA'B + 2cC'D &= (a^2 + b^2) - (c^2 + d^2), \\ cA'B - aC'D &= 0; \end{aligned}$$

és ebből:

$$\begin{aligned} 2(ab + cd)A'B &= a(a^2 + b^2 - c^2 - d^2), \\ A'B &= a \frac{(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2)}{2(ab + cd)}, \\ x^2 &= a^2 + b^2 - ab \frac{(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2)}{ab + cd}, \\ x^2 &= \frac{(a^2 + b^2)cd + ab(c^2 + d^2)}{(ab + cd)}, \\ x^2 &= \frac{(bc + da)(ca + bd)}{(ab + cd)}, \\ r &= \frac{abx}{4t}, \end{aligned}$$

hol t az ABC háromszög területét jelenti.

$$\begin{aligned} r^2 &= \frac{a^2 b^2 x^2}{16t^2} \\ 16t^2 &= \{(a+b)^2 - x^2\} \cdot \{x^2 - (a-b)^2\}; \\ (a+b)^2 - x^2 &= \frac{(a+b)^2(ab+cd) - (ac+bd)(ad+bc)}{ab+cd} = \frac{ab\{(a+b)^2 - (c-d)^2\}}{ab+cd}; \\ x^2 - (a-b)^2 &= \frac{(ac+bd)(ad+bc) - (ab+cd)(a-b)^2}{ab+cd} = \frac{ab\{(c+d)^2 - (a-b)^2\}}{ab+cd}; \\ 16t^2 &= \frac{a^2 - b^2}{(ab+cd)^2} \{(a+b)^2 - (c-d)^2\} \{(c+d)^2 - (a-b)^2\}. \end{aligned}$$

$$r^2 = \frac{a^2b^2(ab+bd)(ad+bc)(ab+cd)^2}{a^2b^2(ab+cd)\{(a+b)^2-(c-d)^2\}\{(c+d)^2-(a-b)^2\}},$$

$$r^2 = \frac{(ab+bd)(ad+bc)(ab+cd)}{(a+b+c-d)(a+b-c+d)(a-b+c+d)(-a+b+c+d)},$$