

Bebizonyítjuk, hogy a tizedesvesszőt követő első n jegy 0 vagy 9-es, hogy tehát a vizsgált szám egy egész számtól 10^{-n} -nél kevesebbel tér el. Ehhez elég belátni, hogy

$$(5 + \sqrt{26})^n + (5 - \sqrt{26})^n$$

egész szám, s hogy

$$\left| 5 - \sqrt{26} \right| < \frac{1}{10}.$$

Az utóbbi számítással könnyen ellenőrizhető, de abból is adódik, hogy $5,1^2 = 26,01 > 26$, s ezért

$$5 < \sqrt{26} < 5,1.$$

A még bebizonyítandó állítás $p(x) = (5 + x)^n$ jelöléssel azt mondja ki, hogy $p(\sqrt{26}) + p(-\sqrt{26})$ egész szám. Ez valóban igaz, mert ha a $p(x)$ polinomban x helyébe $(-x)$ -et írunk, az x páratlan kitevős hatványait tartalmazó tagok előjele megváltozik, s ezért az egész együttthatós $p(x) + p(-x)$ polinomban csak x páros kitevőjű hatványai szerepelnek. Így tehát e polinom értéke az $x = \sqrt{26}$ helyen valóban egész szám.

Minthogy $5 - \sqrt{26}$ negatív, megoldásunk azt is mutatja, hogy páratlan n esetén a tizedesvesszőt követő első n jegy 0, páros n esetén pedig 9-es.

Megjegyzések. 1. Nem volt szükségünk a binomiális tételre, bár megtehettük volna, hogy a $p(x)$ polinom együttthatóit a binomiális tétel segítségével fel is írjuk.

2. Megoldásunkból könnyen kiolvasható, hogy ha n elég nagy, akkor a tizedesvesszőt n -nél több egyenlő jegy követi. Megemlítjük, hogy ez első ízben az $n = 234$ kitevőre következik be.