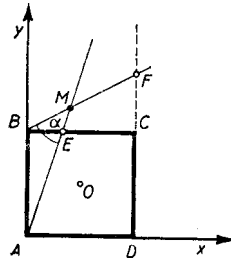


I. megoldás: Helyezzük a négyzet A csúspontját derékszögű koordinátarendszer kezdőpontjába, az AB oldalt a pozitív Y tengelyre az AD oldalt a pozitív X tengelyre és tekintsük a négyzetoldalt egységnek (tehát $a = 1$), akkor feladatunk szerint az AE egyenes egyenlete $y = 3x$ és a BF egyenes egyenlete $y = 1 + \frac{x}{2}$ (1. ábra).



1. ábra

E két egyenes M metszéspontjának koordinátái:

$$x = 0,4 \quad \text{és} \quad y = 1,2$$

Számítsuk ki ezen M pont távolságának négyzetét a négyzet $O(0,5, 0,5)$ középpontjától

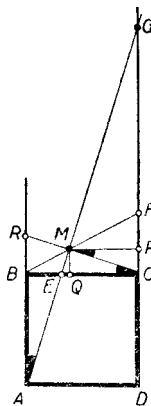
$$\begin{aligned} OM^2 &= (0,5 - 0,4)^2 + (0,5 - 1,2)^2 = 0,1^2 + 0,7^2 = 0,01 + 0,49 = \\ &0,5 = 0,5^2 + 0,5^2 = OA^2. \end{aligned}$$

Tehát $OM = OA$. Ezzel tételünket bebizonyítottuk.

II. megoldás: Mivel a kerületi szögek tétele alapján a négyzet köré írt kör bármely pontjától a négyzet oldala 45° (illetve az egyik 135°) alatt látszik, azért tételünk bizonyítást nyert, ha kimutatjuk, hogy $\angle AMB = \alpha = 45^\circ$ (1. ábra). A szögszárak iránytangensei az előbbiek szerint 3 és $\frac{1}{2}$, tehát

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{2}} = 1, \quad \text{vagyis tényleg} \quad \alpha = 45^\circ.$$

III. megoldás: Jelöljük az M pont távolságát a CD négyzetoldaltól $MP = a$ -val, és a BC négyzetoldaltól mért távolságát $MQ = b$ -vel. Az AE egyenes messe a CD négyzetoldal meghosszabbítását G -ben (2. ábra).



2. ábra

Nyilvánvaló, hogy $DG = 3$ és mivel DF a feladat értelmében 1,5, ezért $FG = 1,5$. Az $MAB_\Delta \sim MGF_\Delta$ és az oldalak aránya

$$AB : GF = 1 : 1,5 = AM : MG.$$

Ebből következik, hogy $AG : MG = 2,5 : 1,5 = AD : MP = 1 : a$, vagyis

$$a = \frac{1,5}{2,5} = 0,6.$$

Ennek váltószöge, az $AMB\measuredangle$ tehát szintén 45° -os, amivel tételünket bebizonyítottuk. (L. a II. megoldást.)