

Az egyenlőtlenséget átrendezve

$$\frac{\sin Kx}{Kx} e^{\frac{1}{6}(Kx)^2} < \frac{\sin x}{x} e^{\frac{1}{6}x^2};$$

az állítás tehát az, hogy az $f(x) = \frac{\sin x}{x} e^{\frac{1}{6}x^2}$ függvény szigorúan monoton fogy a $(0, \pi)$ intervallumban. Ez következik abból, hogy a deriváltja negatív, azaz

$$f'(x) = \frac{1}{3x^2} e^{\frac{1}{6}x^2} (3x \cos x - 3 \sin x + x^2 \sin x) < 0.$$

Ehhez azt kell igazolnunk, hogy a $g(x) = 3x \cos x - 3 \sin x + x^2 \sin x$ függvény negatív. Mivel $g(0) = 0$, ez következik abból, hogy a g függvény deriváltja negatív:

$$(1) \quad g'(x) = x^2 \cos x - x \sin x = x \cos x (x - \operatorname{tg} x) < 0.$$

(A második kifejezés $x = \frac{\pi}{2}$ esetén nem értelmes.) A $0 < x < \frac{\pi}{2}$ esetben (1) következik az $x < \operatorname{tg} x$ egyenlőtlenségből, $\frac{\pi}{2} \leq x < \pi$ esetén pedig az első alakban mindkét tag negatív.