Tegyük fel, hogy $\lim_{x\to\infty} f(x) \neq 0$. Ez azt jelenti, hogy létezik olyan $\varepsilon > 0$ valós szám és $x_1, x_2, \ldots$ végtelenhez tartó sorozat, amelyre $|f(x_n)| > \varepsilon$. Az f függvény folytonossága miatt minden n-re létezik olyan $\delta_n > 0$, hogy az $I_n = [x_n - \delta_n; x_n + \delta_n]$ intervallumban $|f(x)| > \varepsilon$.

A továbbiakban tetszőleges p pozitív valós számra és $I = [u, v]$ intervallumra jelölje pI a $[pa; pb]$ intervallumot.

Definiálunk egy nem üres, nem csak egy pontból álló, zárt intervallumokból álló $J_1 \supset J_2 \supset J_3 \supset \ldots$ és egy pozitív egészekből álló $k_1, k_2, \ldots$ sorozatot, amelyekre $k_i \to \infty$ és minden i-re $k_i J_i$ részhalmaza valamelyik I_n-nek.

Legyen $J_1 = I_1$ és $k_1 = 1$; ezekre az állítás teljesül. Tegyük fel, hogy J_m-et már definiáltuk; legyen $J_m = [c, d]$. Most definiáljuk J_{m+1}-et és k_{m+1}-et.

Tekintsük a J_m, $2J_m$, $3J_m$, $\ldots$ intervallumokat. Ha $k > \dfrac{d}{d-c}$, akkor $kc < (k-1)d$, vagyis a $(k-1)J_m$ és kJ_m intervallumok egymásba érnek. Ezért ezek az intervallumok lefedik a teljes $\left[\dfrac{cd}{d-c}; \infty\right)$ félegyenest úgy, hogy a félegyenes minden belső pontja valamelyik kJ_m-nek is belső pontja.

Legyen n olyan pozitív egész, amelyre $x_n > \max\left(md, \dfrac{cd}{d-c}\right)$. Ilyen létezik, mert $x_n \to \infty$. Legyen k_{m+1} olyan pozitív egész, amelyre x_n belső pontja $k_{m+1}J_m$-nek. Ilyen létezik, mert x_n belső pontja a félegyenesnek. Az $x_n > md$ feltétel miatt a J_m, $2J_m$, $\ldots$, mJ_m intervallumok nem tartalmazhatják x_n-et, tehát $k_{m+1} \geq m + 1$. Végül legyen $J_{m+1} = J_m \cap \dfrac{1}{k_m + 1} I_n$. Ez az intervallum nem üres, és nem állhat csak egy pontból, mert $\dfrac{x_n}{k_{m+1}}$ belső pontja J_m-nek és $\dfrac{1}{k_{m+1}} I_n$-nek is. A $J_m \supset J_{m+1}$ tartalmazás is teljesül, továbbá $k_{m+1} J_{m+1} \subset I_n$. Ezzel a $J_1, J_2, \ldots$ és a $k_1, k_2, \ldots$ sorozatok definíciója kész. A definícióból látható, hogy $k_n \geq n$, ezért $k_n \to \infty$.

A Cantor-axióma szerint a $J_1, J_2, \ldots$ intervallumoknak van közös eleme. Legyen a egy közös elem. Mivel tetszőleges m pozitív egészre $a \in J_m$, $k_m a \in k_m J_m$, azért $k_m a$ eleme valamelyik I_n-nek, következésképpen $|f(k_m a)| > \varepsilon$. Mivel $k_m \to \infty$, ez ellentmond az $f(na) \to 0$ feltételnek.