

Jelöljük a négyzet csúcsait  $A, B, C, D$ -vel, középpontját  $O$ -val, oldalainak felezőpontját  $X, Y, U, V$ -vel, a nyolcszög csúcsait pedig az *ábrán* látható módon  $M_1, M_2, \dots, M_8$ -cal. A négyzet szimmetria tulajdonságai miatt az  $UX, VY, AC$  és  $BD$  egyenesek 8 egybevágó háromszögre bontják a nyolcszöget. Megmutatjuk, hogy e háromszögek területe a négyzet területének  $\frac{1}{48}$  része.

Legyen az egyszerűbb számolás kedvéért a négyzet oldala 12 egység. Ekkor  $OV = 6$  és  $OM_1 = \frac{1}{2}OX = 3$ , mivel

$YVCD$  téglalap, és ezért átlóinak  $M_1$  metszéspontja felezi az  $OX$  középvonalát. Tehát  $T_{M_1OV} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$ . Az  $M_3$  pont ugyanezért felezi az  $OV$  szakaszt, tehát  $T_{OM_2M_3} = T_{VM_2M_3}$ . Az  $M_1$  és  $M_3$  pontok pedig az  $\overline{AC} = OM_2$  egyenesre szimmetrikusan helyezkednek el, ezért  $T_{OM_2M_3} = T_{OM_2M_1}$ . Így

$$9 = T_{M_1OV} = T_{OM_2M_1} + T_{OM_2M_3} + T_{VM_2M_3} = 3T_{OM_2M_3},$$

vagyis  $T_{OM_2M_3} = 3$ . A nyolcszöget 8 darab  $OM_2M_3$ -mal egybevágó háromszög alkotja, tehát a nyolcszög területe  $8 \cdot 3 = 24$ . Mivel a négyzet területe  $12 \cdot 12 = 144$ , azért a nyolcszög területe a négyzet területének egyhatoda. Ez az arány akármilyen négyzetre fennáll, speciálisan 10 egység oldalú négyzet esetén a nyolcszög területének mérőszáma  $\frac{100}{6}$ .

*Velcsov Gabriella* (Szeged, Radnóti M. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján