

Jelöljük a háromszög csúcsait A, B, C -vel; a csúcsokkal szemközti oldalakat rendre a, b, c -vel; az oldalakra felmért szakaszok végpontjait – az *ábrán* látható módon – $A', C', B', A'', C'', B''$ -vel; az ABC háromszög beírt körének középpontját O -val; az A -ból a beírt körhöz húzott érintőszakasz hosszát pedig x -szel. Megmutatjuk, hogy az $A', B', C', A'', B'', C''$ pontok egy O középpontú körön vannak.

Az $AA'C', BB'A''$ és $CC''B''$ háromszögek egyenlő szárúak, ezért az alapjaik felezőmerőlegesei egybeesnek száraik szögfelezőivel. E szögfelezők viszont a csúcsszögek tulajdonságai miatt megegyeznek az ABC háromszög belső szögfe-

lezőivel, s így átmennek O -n. Tudjuk, hogy egy körhöz egy külső pontból húzott két érintőszakasz egyenlő, ezért a B , illetve C pontból a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hossza $c - x$, illetve $b - x$, így $BC = a = (c - x) + (b - x)$, amiből kapjuk, hogy $x = \frac{1}{2}(b + c - a)$. Tehát az A' -ből, B' -ből, illetve C'' -ből a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hossza rendre $a + x = b + (c - x) = c + (b - x) = \frac{1}{2}(a + b + c)$. Ezért az A' , B' , C'' pontok O -tól való távolsága $\sqrt{\left[\frac{1}{2}(a + b + c)\right]^2 + r^2}$, ahol r az ABC háromszög beírt körének sugara. Mivel már láttuk, hogy $OA' = OC'$, $OB' = OA''$ és $OB'' = OC''$, azért ebből következik, hogy az A' , A'' , B' , B'' , C' és C'' pontok egy O középpontú $\odot$ -körön vannak.

Juhász Ágnes (Miskolc, Avasi Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján