

Legyen a 10 egymást követő pozitív egész $n, n+1, n+2, \dots, n+9$. Ekkor a tíz szám összege: $n+(n+1)+\dots+(n+9) = 10n+45$, és a négyzetösszegük:

$$\begin{aligned} & n^2 + (n+1)^2 + \dots + (n+9)^2 = \\ & = 10n^2 + 2n + 4n + 6n + \dots + 18n + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 = 10n^2 + 90n + 285, \end{aligned}$$

tehát a $\frac{10n^2 + 90n + 285}{10n + 45}$ tört értéke egész.

$$\frac{10n^2 + 90n + 285}{10n + 45} = n + 4 + \frac{n + 21}{2n + 9},$$

így az $\frac{n + 21}{2n + 9}$ -nek egésznek kell lennie.

Mivel az n pozitív egész, azért $n + 21 < 6n + 27$, azaz $\frac{n + 21}{2n + 9} < 3$, így csak $\frac{n + 21}{2n + 9} = 1$ vagy $\frac{n + 21}{2n + 9} = 2$ lehet. Az első esetben $n = 12$, a második esetben pedig $n = 1$, valóban pozitív egészek.

Tehát a 10 egymást követő pozitív egész az 1, 2, 3, $\dots$, 10 vagy a 12, 13, 14, $\dots$, 21.

Csernus Attila (Budapest, Árpád Gimn., I. o.t.)