

Legyen $x = a + \frac{z}{n}$, ahol a egész, $0 \leq \frac{z}{n} < 1$, és $k \leq z \leq k+1$ valamilyen k egész számra. Ekkor

$$\begin{aligned} [x] = a, \quad \left[x + \frac{1}{n} \right] = a, \quad \dots, \quad \left[x + \frac{n-k-1}{n} \right] = a, \\ \left[x + \frac{n-k}{n} \right] = a+1, \quad \dots, \quad \left[x + \frac{n-1}{n} \right] = a+1, \end{aligned}$$

tehát

$$\begin{aligned} [x] + \left[x + \frac{1}{n} \right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n} \right] = \\ = (n-k)a + k \cdot (a+1) = na + k = na + [z] = [na + z] = [nx]. \end{aligned}$$

Győri Nikolett (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o.t.)