

Legyen a derékszögű háromszög átfogója 1, területe t , a kisebbik hegyesszöge α . Használjuk az *ábrák* további jelöléseit. Az *1. ábrán* lévő BCD egyenlő szárú háromszög ($BC = BD$) területét jelöljük t_1 -gyel. Megvizsgáljuk, hogy mikor lesz $t_1 \geq \frac{t}{\sqrt[3]{2}}$, azaz

$$\frac{\cos \alpha \cos \alpha \sin \alpha}{2} \geq \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2\sqrt[3]{2}}.$$

2. ábra

A keresett feltétel: $\cos \alpha \geq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, vagyis $0 < \alpha \leq \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (< 45^\circ)$. Előfordulhat, hogy α nem teljesíti ezt a feltételt. Keressünk ekkor az egyenlő szárú háromszög elhelyezésére egy másik lehetőséget. A *2. ábrán* EF az AB átfogó felező merőlegese, az ABF háromszög területe pedig legyen t_2 . A $t_2 \geq \frac{t}{\sqrt[3]{2}}$ követelmény, figyelembe véve, hogy

$$AF = BF = \frac{1}{2 \cos \alpha} \text{ és } \angle AFB = 180^\circ - 2\alpha, \text{ éppen}$$

$$\left(\frac{1}{2 \cos \alpha} \right)^2 \cdot \sin(180^\circ - 2\alpha) \geq \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sqrt[3]{2}},$$

azaz $\cos \alpha \leq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, tehát $45^\circ \geq \alpha \geq \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Mivel a kapott két feltétel egyike mindig teljesül, a feladat állítását igazoltuk.

Pintér Dömötör (Szombathely, Nagy L. Gimn., IV. o.t.) *Várady Gergő* (Bp., Eötvös J. Gimn., III. o.t.)

Megjegyzés. *Megyeri Csaba* (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn., IV. o.t.) rámutatott arra, hogy a feladat állítása éles, tehát az $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ arány nem növelhető.