

I. megoldás. Ha d osztója két egész számnak, akkor osztója egész számú többszöröseiknek és összegüknek (különbségüknek) is. Mivel

$$3(14n + 3) - 2(21n + 4) = 1,$$

a számláló és a nevező minden közös osztója osztója 1-nek is; a tört ezért nem egyszerűsíthető.

II. megoldás. Vegyük figyelembe, hogy ha $\frac{a}{b} = e + \frac{c}{b}$ (a, b, c, e egész számok), akkor $x = a - be$, $a = c + be$, tehát a és b minden közös osztója c -nek is osztója és c és b minden közös osztója a -nak is osztója; ezért $\frac{a}{b}$ akkor és csak akkor egyszerűsíthető, ha $\frac{c}{b}$ is egyszerűsíthető; nyilván ugyanez igaz $\frac{a}{b}$ -re és $\frac{b}{a}$ -ra is. Mivel

$$\frac{21n + 4}{14n + 3} = 1 + \frac{7n + 1}{14n + 3} \quad \text{és} \quad \frac{14n + 3}{7n + 1} = 2 + \frac{1}{7n + 1},$$

viszont az utolsó tört nem egyszerűsíthető, ezért ugyanez igaz az eredeti törtre is.

Megjegyzés. A feladat az I. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia első feladata volt 1959-ben. A megoldást – mint több beküldőnk – Reiman István *Nemzetközi Matematikai Diákolimpiák 1959–1994* c. könyvéből másoltuk! (TypoTEX kiadó, 1996)