

Az S_1 síkban e_1, e_2, e_3 az a 3 egyenes, amelyik az S_2 síkkal 45° -os szöget zár be. Mivel az egyenesek nem mind párhuzamosak egymással, van közöttük kettő, amelyik metszi egymást. Legyen az e_1, e_2 metszéspontja M . Feltéhetjük, hogy M az S_2 síkon kívül van. Toljuk el az e_3 egyenest önmagával párhuzamosan az M metszéspontig, az eltolt egyenes legyen e . (A párhuzamos eltolás a síkkal való hajlásszöget nem változtatja meg.) Az e_1, e_2, e egyeneseknek az S_2 síkkal való dőléspontjai: E_1, E_2, E , egy egyenesen vannak: az S_1, S_2 sík m metszévonalán. Az M pontnak az S_2 síkra eső merőleges vetülete M' . Az ME_1M', ME_2M', MEM' háromszögek mindegyike 45° -os (egyenlő szárú) derékszögű háromszög, és MM' oldaluk közös. Ebből következik, hogy a háromszögek egybevágóak, így $ME_1 = ME_2 = ME$. Az ME_1E_2 és ME_2E egyenlő szárú háromszögekben

$$ME_1E_2\triangleleft = ME_2E_1\triangleleft = ME_2E\triangleleft = MEE_2\triangleleft.$$

A két középső szög egyenlőségéből következik, hogy $ME_2E_1\angle = 90^\circ$, de akkor az $MEE_2\angle$ is 90° -os. $E_1 \neq E \neq E_2$ esetén ez azt jelentené, hogy az M pontból az m egyenesre két merőleget is tudtunk állítani, ami lehetetlen. Az E dőféspont tehát egybeesik az E_1, E_2 pontok valamelyikével, azaz az e_3 egyenes párhuzamos volt az e_1, e_2 egyenesek valamelyikével. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Hegyi Márta (Budapest, Szent István Gimn., 8. o.t.)