

Felhasználjuk, hogy a gömbfelületen két pont között a legrövidebb görbe a két pontot tartalmazó főkörnek a két pont közötti rövidebbik íve. A P és Q pontokat összekötő ívet $\widehat{PQ}$ -val, a hosszát $|\widehat{PQ}|$ -val fogjuk jelölni.

Legyen a görbe hossza l , egy főkör hossza f . Legyen A és B a görbe két olyan pontja, amelyek a görbét két $\frac{l}{2}$ hosszú ívre osztják fel. Legyen A' a gömb A -val átellenes pontja. Ha $A' = B$, akkor kész vagyunk, mert AB átmérő. Tegyük tehát fel, hogy $A' \neq B$. Legyen S az a sík, amely merőlegesen felezi az $A'B$ szakaszt. Ez a sík a gömbből egy főkört metsz ki, amelynek van legalább egy közös pontja a görbével; legyen az egyik ilyen pont C . A görbének az a fele, amelynek végpontjai A és B , valamint tartalmazza a C pontot, legalább olyan hosszú, mint az $\widehat{AC}$ és $\widehat{CB}$ ívek hosszának összege, ezért

$$\frac{l}{2} \geq |\widehat{AC}| + |\widehat{CB}| = |\widehat{AC}| + |\widehat{CA'}| \geq |\widehat{AA'}| = \frac{f}{2}.$$

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.)

