

Megmutatjuk, hogy a $z = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}$ szám megfelelő. Ez a szám a $t^2 = 3t + 2$ másodfokú egyenlet nagyobbik gyöke. Tekintsük a következő sorozatot:

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 3, \quad a_{n+2} = 3a_{n+1} + 2a_n \quad (n = 0, 1, \dots).$$

Azt állítjuk, hogy $a_n = z^n + u^n$. Ez $n = 0, 1$ esetén behelyettesítéssel ellenőrizhető. Ha pedig igaz $n = k$ -ra és $n = k + 1$ -re, akkor igaz $n = k + 2$ -re is, mert

$$\begin{aligned} a_{k+2} &= 3a_{k+1} + 2a_k = 3(z^{k+1} + u^{k+1}) + 2(z^k + u^k) = \\ &= z^k(3z + 2) + u^k(3u + 2) = z^{k+2} + u^{k+2}. \end{aligned}$$

A rekurzióból az is látszik, hogy a_{n+1} és a_{n+2} paritása megegyezik, következésképpen $a_1, a_2, \dots$ mind páratlan. (a_0 és a_1 paritása azért nem egyezik meg, mert a_1 -et nem a rekurzióból kaptuk.)

Mivel $-1 < u < 0$, pozitív páros n esetén $z^n < a_n < z^n + 1$ és így $[z^n] = a_n - 1$ páros, míg páratlan n esetén $z^n - 1 < a_n < z^n$ és $[z^n] = a_n$ páratlan. A $[z^n] - n$ szám mindkét esetben páros.

Megjegyzés. Néhányan csak a megfelelő z létezését bizonyították be a Cantor-axióma felhasználásával. Ők 2 pontot kaptak.