

Az egyenletet xy -nal megszorozva, majd átrendezve

$$py + qx = xy,$$

$$pq = pq + xy - py - qx = (x - p)(y - q)$$

adódik. Mivel p és q prímszámok, azért pq osztói csak a $\pm 1, \pm p, \pm q, \pm pq$ lehetnek. A lehetséges eseteket a következő táblázatban foglalhatjuk össze:

	$x - p$	$y - q$	x	y
1.	p	q	$2p$	$2q$
2.	q	p	$p + q$	$p + q$
3.	pq	1	$pq + p$	$q + 1$
4.	1	pq	$p + 1$	$pq + q$
5.	$-p$	$-q$	0	0
6.	$-q$	$-p$	$p - q$	$q - p$
7.	$-pq$	-1	$p - pq$	$q - 1$
8.	-1	$-pq$	$p - 1$	$q - pq$

Az 5. számpárnál $x = y = 0$, amit az eredeti egyenlet értelmezési tartománya kizár. A 6. számpárnál x vagy y közül legalább az egyik nem pozitív, mi viszont pozitív megoldást keresünk. A 7. számpárból $x = p - pq = p(1 - q) < 0$, hiszen q prím, és így legalább 2, míg p szintén pozitív; ugyanígy kizárható a 8. eset is, hiszen ott $q - pq < 0$.

Még azt kell ellenőrizni, hogy az első 4 eset – ahol a pozitivitás nyilvánvalóan teljesül – hány különböző számpárt ad. Jelölje x_i és y_i az i -edik esethez tartozó megoldást. Ha $(x_i, y_i) = (x_2, y_2)$, akkor $2p = p + q = 2q$, azaz $p = q$. Ha $(x_i, y_i) = (x_3, y_3)$, akkor $q + p = 2p$, azaz $p(q - 1) = 0$, ami ellentmond annak, hogy p és q prímek. Ha $(x_i, y_i) = (x_4, y_4)$, akkor $2p = p + 1$, ez csak $p = 1$ esetén lehetséges, ami viszont nem prím.

Ha $(x_2, y_2) = (x_3, y_3)$, akkor $p + q = pq + p$, azaz $q(1 - p) = 0$, ez szintén nem fordulhat elő; ha $(x_2, y_2) = (x_4, y_4)$, akkor $p + q = p + 1$, azaz $q = 1$, ami nem prím; és végül, ha $(x_3, y_3) = (x_4, y_4)$, akkor $pq + p = p + 1$, azaz $pq = 1$, ami szintén lehetetlen, hiszen p és q prím.

Összefoglalva: ha $p \neq q$, akkor mindegyik számpár különböző, és így 4 megoldás van; ha pedig $p = q$, akkor az első kettő megegyezik, azaz 3 megoldás van.

Nyul Gábor (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján