

Jelöljük az ABC háromszög C -nél lévő szögének harmadolói és a háromszög AB oldalának metszéspontjait H_1 -gyel és H_2 -vel. A H_1CH_2 háromszögben legfeljebb egy tompaszög van. A C csúcsnál lévő szög biztosan hegyesszög, mert $H_1CH_2 \angle = \frac{1}{3}ACB \angle < \frac{1}{3} \cdot 180^\circ = 60^\circ$; feltehetjük, hogy a H_2 -nél lévő szög is hegyesszög. Ekkor a H_1 -ből a H_2C egyenesre állított merőleges a H_2C szakaszt annak egy belső T pontjában metszi (l. az *ábrát*). Ebből következik, hogy a merőleges a BC szakaszt is egy belső pontban, D -ben metszi.

A H_1DC háromszög egyenlő szárú (mert C -hez tartozó szögfelezője egyúttal magasságvonal is), ezért egyrészt $H_1DC \angle < 90^\circ$, így a H_1D -re D -ben állított merőleges a H_1B szakaszt egy belső E pontban metszi; másrészt $H_1T = TD$, amiből $TH_2 \parallel DE$ miatt következik, hogy $H_1H_2 = H_2E$. Ez viszont azt mutatja, hogy $H_1H_2 < H_2B$.

Tehát a három szakasz közül nem lehet a középső a leghosszabb.

Varga Csilla (Budapest, Eötvös J. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Hasonló módon belátható, hogy ha egy háromszög egyik szögét n egyenlő részre osztó egyenesek által a szemközti oldalon alkotott n szakaszt nézzük, akkor ezek közül valamelyik szélső lesz a legnagyobb.

