Az MA távolságot választhatjuk 1-nek. Jelöljük q-val a feladatban szereplő mértani sorozat hányadosát. Ekkor $MB=q$, $MC=q^2$ és $MD=q^3$. Ha $MA \geq MB$, akkor nincs mit bizonyítanunk. Ha $MA<MB<MC<MD$, akkor a pontok az *ábrán* látható módon helyezkednek el.

Mivel $MAB\sphericalangle = 180° - BAD\sphericalangle = 90°$, ezért az MAB háromszög AB oldalát Pitagorasz tétele segítségével határozhatjuk meg:

$$AB=\sqrt{MB^2-MA^2}=\sqrt{q^2-1}.$$

Az MAB és az MCD háromszögek hasonlóak, mert $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{MC}{MD}$ és $AMB\sphericalangle = DMC\sphericalangle$. Így $MCD\sphericalangle = MAB\sphericalangle = 90°$, tehát a CD oldalt is meghatározhatjuk Pitagorasz tétele segítségével:

$$CD=\sqrt{MD^2-MC^2}=\sqrt{q^6-q^4}=q^2\sqrt{q^2-1}.$$

Az $ABCD$ négyszög érintőnégyszög, ezért szemközti oldalainak összege egyenlő:

$$AB+CD=AD+BC=(MD-MA)+(MC-MB), \qquad \text{azaz}$$
$$\sqrt{q^2-1}+q^2\sqrt{q^2-1}=q^3-1+q^2-q.$$

Ebből kapjuk, hogy

$$(q^2+1)\sqrt{q^2-1}=(q^2-1)(q+1).$$

Négyzetre emelve, majd $0 \neq (q^2-1)$-gyel elosztva és rendezve:

$$q^3=q^2+q+1 \tag{1}$$

Tegyük fel, hogy $q>2$. Ekkor

$$q^3>2q^2,$$
$$q^2>2q,$$
$$q>2.$$

Ezeket összeadva: $q^3+q^2+q>2q^2+2q+2$, azaz $q^3>q^2+q+2$. Tehát az (1) egyenletnek nincs 2-nél nagyobb gyöke, vagyis a feladatban szereplő mértani sorozat hányadosa 2-nél kisebb.

Nagy Endre (Szekszárd, Garay J. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Megoldásunkban nem szóltunk arról, hogy a feladatban szereplő $ABCD$ négyszög létezik-e. Azt mutattuk meg, hogy *ha létezik ilyen négyszög, akkor* $q<2$. Meg lehet mutatni, hogy valóban van ilyen négyszög (q értéke $\approx 1,84$).