

A formula szimmetriája miatt feltehetjük, hogy:  $A^2 + B^2 \geq C^2 + D^2$ .  
Ekkor azt kell bizonyítani, hogy:  $A^2 + B^2 - C^2 - D^2 \leq 2AB + 2CD$ . Rendezve:

$$0 \leq C^2 + D^2 + 2CD - (A^2 + B^2 - 2AB) = (C + D + A - B)(C + D - A + B).$$

Jelölje a tetraéder térfogatát  $V$ , beírt gömbjének sugarát  $r$ , a lapokhoz tartozó magasságokat pedig  $m_a, m_b, m_c, m_d$ .  
Ekkor  $3V = r(A + B + C + D)$ .

Egy tetraéderben a beírt gömb átmérője kisebb mindegyik magasságnál, mert egy laptól a szemközti csúcs távolabb van, mint a gömb bármely pontja.

Így  $2r \leq m_a$ , azaz

$$A \cdot m_a = 3V = r(A + B + C + D) \leq \frac{m_a}{2}(A + B + C + D), 2A \leq A + B + C + D, 0 \leq C + D - A + B.$$

Hasonlóan igazolható, hogy  $0 \leq C + D + A - B$ .

Innen:  $0 \leq (C + D - A + B)(C + D + A - B)$ , ami éppen a bizonyítandó állítással egyenértékű.

*Szabó Gábor* (Bonyhád, Petőfi S. Evang. Gimn., III. o.)

*Megjegyzés.* *Terék Zsolt* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.) merőleges vetítésekkel, *Jalovszky Tamás* (Révkomárom, Ipari Középiskola) pedig a tetraéder hozzáírt gömbjeinek segítségével oldotta meg a feladatot.