

A megoldás arra épül, hogy a bal oldal minimuma megegyezik a jobb oldal maximumával. A bal oldalt a számtani és mértani közepek közötti egyenlőtlenséggel becsüljük:

$$2^{-\sin^2 x} + 2^{-\cos^2 x} \geq 2\sqrt{2^{-\sin^2 x} \cdot 2^{-\cos^2 x}} = 2 \cdot 2^{-\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{2}} = \sqrt{2},$$

és egyenlőség akkor áll, ha $2^{-\sin^2 x} = 2^{-\cos^2 x}$, vagyis $|\sin x| = |\cos x|$, azaz $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$.

A jobb oldal becseléséhez felhasználjuk a szinusz-függvény addíciós képletét:

$$\sin y + \cos y = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} \sin y + \sin \frac{\pi}{4} \cos y \right) = \sqrt{2} \sin \left(y + \frac{\pi}{4} \right) \leq \sqrt{2},$$

itt akkor áll egyenlőség, ha $y + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2l\pi$, azaz $y = \frac{\pi}{4} + 2l\pi$.

A megoldások tehát: $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{4} + 2l\pi$.

Brezovich László (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o)