

Írjuk fel a sorozat néhány tagját, felhasználva a képzési szabályt:

$$a_1 = \frac{a_1}{1 + 0 \cdot a_1} = a_1, \quad a_2 = \frac{a_1}{1 + a_1}, \quad a_3 = \frac{a_1}{1 + 2a_1}, \quad \dots$$

Az előbb kapott kifejezéseket (2) bal oldalába helyettesítve kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} & a_1 \frac{a_1}{1 + a_1} + \frac{a_1}{1 + a_1} \cdot \frac{a_1}{1 + 2a_1} + \dots + \frac{a_1}{1 + (n-2)a_1} \cdot \frac{a_1}{1 + (n-1)a_1} = \\ & = a_1 \left(\frac{a_1}{1 + a_1} + \frac{1}{1 + a_1} \cdot \frac{a_1}{1 + 2a_1} + \dots + \frac{1}{1 + (n-2)a_1} \cdot \frac{a_1}{1 + (n-1)a_1} \right). \end{aligned}$$

Vegyük észre, hogy a zárójelben szereplő szorzatok felírhatók két tört különbségként, pl.

$$\frac{1}{1 + a_1} \cdot \frac{a_1}{1 + 2a_1} = \frac{1}{1 + a_1} - \frac{1}{1 + 2a_1}.$$

Ezt felhasználva kifejezésünk tovább alakítható:

$$\begin{aligned} & a_1 \left(1 - \frac{1}{1 + a_1} + \frac{1}{1 + a_1} - \frac{1}{1 + 2a_1} + \frac{1}{1 + 2a_1} - \frac{1}{1 + 3a_1} + \dots \right. \\ & \qquad \qquad \qquad \left. \dots + \frac{1}{1 + (n-2)a_1} - \frac{1}{1 + (n-1)a_1} \right) = \\ & = a_1 \left(1 - \frac{1}{1 + (n-1)a_1} \right) = a_1 \frac{(n-1)a_1}{1 + (n-1)a_1} = a_1 a_n (n-1), \end{aligned}$$

hiszen $\frac{a_1}{1 + (n-1)a_1}$ éppen a_n .

Ezzel az állítást igazoltuk.

Kunszenti-Kovács Dávid (Oslo, Lycée Francais René Cassin, 5. o.t.)