

Jelöljük a háromszög csúcsait a szokásos módon, és legyen $AC = 126$, $BC = 168$, ekkor Pitagorasz tételéből $AB = 210$.

Az A -ból induló szögfelező messe a CB oldalt A_1 -ben, a B -ből induló szögfelező talppontja B_1 , a C -ből induló C_1 . Az $A_1B_1C_1$ háromszög területét akarjuk meghatározni.

Ismeretes, hogy a szögfelező a szemközti oldalt a közrezáró oldalak arányában osztja, pl. $CA_1 : A_1B = AC : AB$.

Legyen $CA_1 = x$, $CB_1 = y$ és $BC_1 = z$, ekkor

$$x : (168 - x) = 126 : 210y : (126 - y) = 168 : 210 \quad \text{és} \quad z : (210 - z) = 168 : 126.$$

Innen $x = 63$, $y = 56$ és $z = 120$.

Az A_1B_1 oldal hosszát könnyen kiszámíthatjuk az A_1B_1C derékszögű háromszögből:

$$A_1B_1 = \sqrt{63^2 + 56^2} = \sqrt{7105}.$$

A B_1C_1 , illetve A_1C_1 oldalt az AB_1C_1 , illetve BA_1C_1 háromszögekből koszinusztétellel számíthatjuk ki, ahhoz azonban ismernünk kell a $CAB \sphericalangle = \alpha$ és $CBA \sphericalangle = \beta$ koszinuszát.

Tudjuk, hogy $\cos \alpha = \frac{126}{210}$. Írjuk fel a B_1C_1 oldalra a koszinusztételt:

$$(B_1C_1)^2 = 70^2 + 90^2 - 2 \cdot 70 \cdot 90 \cdot \frac{126}{210} = 5440,$$

innen $B_1C_1 = \sqrt{5440}$.

Hasonlóképpen a BA_1C_1 háromszögből és $\cos \beta = \frac{168}{210}$ értékéből

$$(A_1C_1)^2 = 105^2 + 120^2 - 2 \cdot 105 \cdot 120 \cdot \frac{168}{210} = 5265,$$

és $A_1C_1 = \sqrt{5265}$.

Végül a keresett terület

$$K = \sqrt{7105} + \sqrt{5440} + \sqrt{5265} \approx 230,61 \text{ egység.}$$

