A szakaszok hosszához hasonlóan jelöljük megoldásunkban egy tetszőleges sokszög területét ugyanúgy, mint magát a sokszöget. Legyen a feladatbeli háromszög ABC, a betűzést válasszuk meg úgy, hogy $BC \leq CA \leq AB$ legyen. Elegendő belátnunk egy olyan tengely létezését, amely mentén kettéhajtva a háromszöget, a lefedett terület legfeljebb $\frac{3}{5}ABC$, hiszen a tengelyt párhuzamosan eltolva a lefedett terület folytonosan változik, előbb-utóbb pedig eléri az ABC-t, vagyis valamelyik helyzetében éppen $\frac{3}{5}ABC$ lesz.

Ha a háromszöget az A-ból induló szögfelezője mentén hajtjuk ketté, akkor a hajtás során keletkezett két kis háromszög egyike lefedi a másikat, ui. az eredeti háromszöggel közös AB, ill. AC oldalukhoz ugyanakkora magasság tartozik. Ebből persze az is következik, hogy a kis háromszögek $AB : AC$ arányban osztoznak az ABC területen, vagyis a hajtás után a lefedett terület az ABC-nek $AB/(AC+AB)$-ed része. Mivel ez a hányados ez egyenlőszárú esetben éppen $\frac{1}{2}$, biztosak lehetünk abban, hogy a hajtás megfelel még az egyenlőszárúhoz „közeli" esetekben is, hiszen a hányados ekkor nem nő nagyon túl az $\frac{1}{2}$-en. Pontosabban, a szögfelező mentén való hajtás megfelel $\frac{AB}{AC+AB} \leq \frac{3}{5}$, azaz $\frac{AC}{AB} \geq \frac{2}{3}$ esetén. A továbbiakban tehát feltesszük, hogy $\frac{AC}{AB} < \frac{2}{3}$.

Az AB oldal felezőpontja legyen F. Mivel $BC \leq AC$, ezért az AB oldalhoz tartozó magasság T talppontja az FB félegyenesen helyezkedik el. Az FT – esetleg ponttá fajuló – szakasz P felezőpontjában az AB oldalra emelt merőleges valamilyen M pontban metszi az AC oldalt.

Azt állítjuk, hogy a PM él mentén való hajtás célravezet. Egy tetszőleges X pontnak a PM egyenesre vonatkozó tükörképét jelölje X'. A B pontot először az F-re, majd a P-re tükrözve A'-t kapjuk, vagyis

$$\overrightarrow{BA'} = 2\overrightarrow{FP} = \overrightarrow{FT} = \overrightarrow{C'C},$$

amiből egyrészt következik, hogy A' nem belső pontja az ABC-nek, másrészt, hogy $BA'CC'$ – esetleg szakasszá fajuló – paralelogramma. A $C'A'$ szakasz tehát tartalmazza a CB oldal G felezőpontját. A PM él mentén kettéhajtott ABC háromszög egybevágó a $PA'GCMP$ – esetleg háromszöggé fajuló – hatszöggel. De

$$2PA'GCMP = PA'GCMP + PAG'C'MP = A'GCC'G'A == ABC + BA'G + G'MC' = ABC + BA'G + GCM \leq\leq ABC + B$$

ahol

$$\frac{BA'CC'/2}{ABC} = \frac{BA' \cdot CT/2}{AB \cdot CT/2} = \frac{BA'}{AB} = \frac{FT}{AB} = \frac{AT-AF}{AB} = \frac{AT}{AB} - \frac{1}{2} < \frac{AC}{AB} - \frac{1}{2} < \frac{1}{6},$$

vagyis

$$PA'GCMP < \frac{1}{2}ABC + \frac{1}{12}ABC < \frac{3}{5}ABC,$$

ami igazolja, hogy a hajtás megfelel a kívánalmaknak.

Megjegyzés. A fenti módszerrel a feladat állítását a $\frac{3}{5}$-nél némileg kisebb $\frac{\sqrt{33}-1}{8} = 0{,}593\ldots$ értékkel is beláthatjuk.

Pap Gyula (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján