

A húrnégyszög legyen $ABCD$, a kérdéses kör messe AB -t A_1 -ben és B_2 -ben (A_1 van A -hoz közelebb), stb. az *ábra* jelölései szerint. Így a körön a pontok sorrendje: $A_1, B_2, B_1, C_2, C_1, D_2, D_1, A_2$. A kerületi és középponti szögek tétele alapján, valamint kihasználva, hogy az ívhossz és az ívhez tartozó szög egyenes arányban állnak, a feladat állítása ekvivalens az

$$(1) \quad B_2A_1B_1\angle + D_2C_1D_1\angle = C_2B_1C_1\angle + A_2D_1A_1\angle$$

összefüggéssel.

A külsőszög-tétel szerint:

$$B_2A_1B_1\angle = A_1B_1C_2\angle - A_1BB_1\angle = A_1B_1C_1\angle + C_2B_1C_1\angle - ABC\angle (2) D_2C_1D_1\angle = C_1D_1A_2\angle - C_1DD_1\angle = C_1D_1A_1\angle + A_2D_1$$

Az $ABCD$ négyszög húrnégyszög, hasonlóan $A_1B_1C_1D_1$ is az, így

$$A_1B_1C_1\angle + C_1D_1A_1\angle = 180^\circ, \quad ABC\angle + CDA\angle = 180^\circ.$$

Ezt felhasználva (2) és (3) összegéből

$$B_2A_1B_1\angle + D_2C_1D_1\angle = C_2B_1C_1\angle + A_2D_1A_1\angle,$$

azaz (1) teljesül.

Burcsi Péter (Pápa, Türr I. Gimn., III. o.t.)

