Irányítsunk minden egyes szakaszt mindkét lehetséges módon, és fűzzük össze az így keletkező $2n$ db vektort irányszögük szerint növekvő (nem csökkenő) sorrendben. A vektorok között mindegyik az ellentettjével együtt szerepel, ezért az összefűzés során egy középpontosan szimmetrikus, konvex sokszög keletkezik, amelynek kerülete a szakaszok összhosszának kétszerese, azaz 2. A sokszög középpontjából állítsunk merőlegest a hozzá (egyik) legközelebbi oldalegyenesre és annak tükörképére, továbbá jelöljük $d$-vel a két merőleges alkotta szakaszt, illetve annak hosszát. Ekkor a sokszög vetülete a $d$ egyenesére éppen a $d$, amely az eredetileg adott szakaszok vetületeinek egymáshoz csatlakozó eltolt példányaiból tevődik össze. Ezek szerint az egyenesen a vetületek összhossza $d$. Másrészről a $d$ származtatása miatt a köré mint átmérő köré rajzolt kör a sokszögtartománynak része, tehát a kerülete kisebb a sokszögénél. Így $d\pi < 2$, azaz $d < 2/\pi$, ami igazolja a feladat állítását.

**II. megoldás.** Legyenek a szakaszok $a_i$ $(1 \le i \le n)$, és jelölje $e(\alpha)$ egy rögzített egyenesnek egy rögzített pont körüli, pozitív irányú, $\alpha$ szögű elforgatottját. Válasszuk meg a $\delta_i$ szögeket úgy, hogy $e(\delta_i)$ párhuzamos legyen $a_i$-vel. Ekkor az $a_i$ szakasz $e(\alpha)$ egyenesre való vetületének hossza $f_i(\alpha) = a_i|\cos(\alpha - \delta_i)|$, a vetületek összhosszát pedig $f = \sum_{i=1}^{n} f_i$ adja meg. Az $f$ integrálátlaga a $[0, \pi]$ intervallumon

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\pi f = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n}\int_0^\pi f_i = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n} a_i \int_0^\pi |\cos(\alpha - \delta_i)|d\alpha = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n} a_i \int_0^\pi \sin\alpha d\alpha = \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{2}{\pi}.$$

Jegyezzük meg, hogy az $f_i$-k folytonosak és szakaszonként szigorúan konkávak, tehát ugyanez érvényes $f$-re is, speciálisan, $f$ nem konstans. Ezt az előző egyenlőséggel egybevetve

$$\min_{[0,\pi]} f < \frac{2}{\pi} < \max_{[0,\pi]} f.$$

Ezzel beláttuk, hogy létezik olyan egyenes, amelyen a szakaszok vetületének összhossza kisebb $2/\pi$-nél, és hogy olyan is van, amelyen ez az összhossz $2/\pi$-nél nagyobb.

*Pap Gyula* (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o.t.)

*Megjegyzés.* A második megoldásból – ismét csak $f$ folytonosságát használva – az is kiolvasható, hogy létezik olyan egyenes, amelyen a vetületek összhossza éppen $2/\pi$, tehát hogy van olyan $0 \le \alpha \le \pi$, amelyre $f(\alpha) = 2/\pi$. *Gyarmati Katalin* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) megjegyezte, hogy csak véges sok ilyen $\alpha$ létezhet.