

Az egyenlethez 1-et adva, a jobb oldal szorzattá alakítható:

$$n^2 + 1 = (p^2 + 1)(q^2 + 1).$$

Ha p és q mindegyike páratlan, akkor ez a szorzat osztható négygyel, így $n^2 = 4k - 1$. Azonban egy négyzetszám négygyel osztva csak nulla vagy egy maradékot adhat, ezért p és q közül legalább az egyik páros, s mivel prím is, ezért szükségképpen kettővel egyenlő. Minthogy p és q szerepe felcserélhető, ezért feltehetjük, hogy $p = 2$.

Ekkor az egyenlet így alakul: $n^2 = 4 + 5q^2$, azaz $(n - 2)(n + 2) = 5q^2$. A jobb oldal felbontásai csak $(1, 5q^2)$, $(q, 5q)$ és $(q^2, 5)$ lehetnek, mivel q prím és n pedig természetes szám. Ezen párok nagyobbik elemének $n + 2$ -vel, míg a másiknak $n - 2$ -vel kell megegyeznie, azaz különbségük 4:

$$5q^2 - 1 = 4, \quad \text{vagy} \quad 5q - q = 4, \quad \text{vagy} \quad q^2 - 5 = \pm 4.$$

Az elsőből $q^2 = 1$, ez nem prím; a másodikból $q = 1$, szintén nem prím; a harmadikból $q^2 = 9$ vagy 1 adódik, aminek prím megoldása egyedül a $q = 3$. Ezt visszahelyettesítve:

$$p^2 + q^2 + p^2q^2 = 4 + 9 + 4 \cdot 9 = 49 = 7^2,$$

vagyis ebben az esetben a $p = 2$, $q = 3$, $n = 7$ az egyedüli megoldás. Ehhez hozzávéve a p és q felcserélésével nyert $p = 3$, $q = 2$, $n = 7$ számhármast, megkapjuk az egyenlet összes megoldását.

Lengyel Tímea (Kaposvár, Munkácsy M. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján