

A henger alapkörének sugara $R = 50$ cm, magassága $M = 100$ cm, felszíne tehát

$$A_h = 2\pi R(R + M) = 15\,000\pi \text{ cm}^2 < 48\,000 \text{ cm}^2.$$

A beírt testet két szabályos hatszög és $100 \cdot 12 = 1200$ egybevágó háromszög határolja. A háromszögek egyik oldala megegyezik az R sugarú körbe írt szabályos hatszög oldalával, vagyis 50 cm. Az ehhez az oldalhoz tartozó magasság egy olyan derékszögű háromszög átfogója, amelynek egyik befogója 1 cm (a hengert metsző síkok közül két szomszédos távolsága), a másik pedig $50 - 25\sqrt{3}$ cm (az R sugarú kör sugarának és a körbe írt szabályos hatszöget alkotó R oldalú szabályos háromszögek magasságának különbsége), tehát a magasság $m = \sqrt{(50 - 25\sqrt{3})^2 + 1} > 6$ cm (2. ábra).

Vagyis egy háromszög területe nagyobb, mint $\frac{50 \cdot 6}{2} = 150 \text{ cm}^2$. Ezért a beírt test felszíne

$$A_b > 1200 \cdot 150 \text{ cm}^2 = 180\,000 \text{ cm}^2.$$

Vagyis $A_b > A_h$, amit bizonyítani akartunk.

Méder Áron (Budapest, Táncsics M. Gimn., II. o.t.)

Megjegyzések. 1. Pontosabb számolással belátható, hogy a beírt test felszíne a henger felszínének több mint négy és félszerese. Az állítás akkor is igaz, ha a hengert nem 100, hanem csak 9 síkkal szeleteljük.

2. Ha egy henger magassága alapköre sugarának α -szorosa, a hengert n síkkal szeleteljük, és minden metszetkörbe szabályos m -szöget írva készítjük el a beírt testet, akkor annak felszíne

$$\left[\pi(1 + \alpha) - m \sin \frac{2\pi}{m} \right]^2 - 4\alpha^2 \sin^2 \frac{\pi}{m} < n^2 \cdot 4 \sin^2 \frac{\pi}{m} \left(1 - \cos \frac{\pi}{m} \right)^2$$

teljesülése esetén lesz nagyobb a henger felszínénél.

Bérczi Gergely (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o.t.)

