Vezessük be az

$$y^2 = x^2 + 19x + 95$$

jelölést. Az így nyert egyenletből fejezzük ki x-et:

$$x_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \cdot (95 - y^2)}}{2} = \frac{-19 \pm \sqrt{4y^2 - 19}}{2}. \tag{1}$$

A feltételek szerint x, y egészek, ami csak úgy lehetséges, ha $\sqrt{4y^2 - 19}$ is az, vagyis $4y^2 - 19$ négyzetszám. Értékét z^2-tel jelölve (ahol z nemnegatív egész),

$$4y^2 - z^2 = 19(2y + z)(2y - z) = 19.$$

Itt y, z egészek, ezért $2y+z$ és $2y-z$ is osztója 19-nek, azaz lehetséges értékeik: ± 1, ± 19. Mivel $z \geq 0$, így $2y+z \geq 2y-z$. Ezek szerint $2y + z$ értéke 19 vagy -1. Ezt a két esetet végigszámolva:

$2y + z$

$= 19$

$2y - z$

$= 1$

$\Rightarrow \quad 4y = 20 \quad \Rightarrow \quad y = 5, \ z = 9 \qquad 2y + z = -12y - z = -19\} \quad \Rightarrow \quad 4y = -20 \quad \Rightarrow \quad y = -5, \ z = 9. \qquad Visszahelyettestve (1) - be, x = \frac{-19 \pm \sqrt{4 \cdot 5^2 - 19}}{2} = \frac{-19 \pm \sqrt{81}}{2} = \langle -5 - 14. Ezaktszmvalbanmegfelel, sagondolatmenetmutatja, hogymsnemlehetsges.$

Penkalo Alex (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Egy másik megoldási módszer lehet a következő. Az $x^2 + 19x + 95 = (x+9)^2 + x + 14 = (x+10)^2 - x - 5$ összefüggés mutatja, hogy $x > -5$ esetén $(x+9)^2 < x^2 + 19x + 95 < (x+10)^2$, míg $x < -14$ mellett $(x+10)^2 < x^2 + 19x + 95 < (x+9)^2$. Ennek alapján csak $x = -14, -13, \ldots, -5$ lehet, amiből pedig csak a két szélső bizonyul jónak.

Juhász András (Fővárosi Fazekas M. Ált. Isk. és Gimn., 8. o.t.) dolgozata alapján