

Megmutatjuk, hogy ha két konvex sokszög közül az egyik a belsejében tartalmazza a másikat, akkor a belsőnek kisebb a kerülete.

Válasszuk ki a belső sokszög egy tetszőleges oldalát. Ennek egyenesre két részre vágja a külső sokszöget, amelyek közül az egyik rész tartalmazza a belső sokszöget. (Itt használjuk ki a belső sokszög konvex voltát, ugyanis konvex sokszögre igaz, hogy tetszőleges oldalegyenesétől meghatározott két félsík közül az egyik teljes egészében tartalmazza a sokszöget, míg ugyanez konkáv sokszögre nem teljesül – lásd az 1. ábrát.) A két részre vágott külső sokszög mindkét részének kerülete kisebb, mint az eredeti külső sokszög kerülete, mert – a 2. ábra jelöléseivel – mindkét részre igaz, hogy az X és Y pontokat összekötő töröttvonalat az XY szakasszal helyettesítettük. Így tehát egy, az eredetivel kisebb kerületű konvex sokszöget kaptunk, ami tartalmazza az eredeti belső sokszöget (a két sokszögnek közös határpontjai vannak, de ez a bizonyítást nem befolyásolja.) Folytassuk az eljárást az „új” külső sokszöggel és az eredeti belső sokszög többi oldalegyenesével. Véges sok lépés után a külső sokszög kerületének folyamatos csökkentésével a külsőből a belső sokszögbe jutunk. Tehát a belső sokszög kerülete kisebb a külsőénél. (A bizonyítás során a külső sokszög konvexitását nem használtuk ki, ha az konkáv, akkor is igaz az állítás.)

Eredeti feladatunkra visszatérve: mivel minden háromszög konvex, azért a feladat állítása két háromszögre mindig igaz; két négyszögre pedig, ha a belső konvex, akkor igaz az állítás, de ha a belső konkáv, akkor az egyenlőtlenség nem feltétlenül teljesül. Erre egy példát adunk a 3. ábrán.

Kiss László (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

