

Az A, B, C halmazokat ábrázoljuk Venn-diagrammallyal, az egyes halmazrészekbe írt változók $(x_1, x_2, \dots, x_7)$ jelöljék az oda eső elemek számát. Írjuk föl a feltételeket csak ezek segítségével:

$$|A| = x_1 + x_4 + x_6 + x_7 = 400, (1) |B| = x_2 + x_4 + x_5 + x_7 = 300, (2) |C| = x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 400, (3) |A \cap B| = x_4 + x_7 = 50, (4)$$

(5)-ből $x_6 = 100 - x_7$, (4)-ből $x_4 = 50 - x_7$. Ezeket (3)-ba helyettesítve

$$400 = x_3 + x_5 + 100 - x_7 + x_7 = 100 + x_3 + x_5,$$

azaz

$$(6) \quad x_3 = 300 - x_5.$$

(2)-ből

$$300 = x_2 + 50 - x_7 + x_5 + x_7 = x_2 + x_5 + 50,$$

vagyis

$$(7) \quad x_2 = 250 - x_5.$$

Végül (1) alapján

$$400 = x_1 + 50 - x_7 + 100 - x_7 + x_7 = 150 + x_1 - x_7,$$

így

$$(8) \quad x_1 = 250 + x_7.$$

Sikerült tehát x_5 és x_7 segítségével az összes többi változót kifejeznünk. Az, hogy ezek mindegyikének nemnegatív egésznek kell lennie, a következő feltételeket jelenti x_5 -re és x_7 -re:

$0 \leq x_7$; (5)-ből $100 \geq x_7$; $0 \leq x_5$; (4)-ből $50 \geq x_7$; (6)-ból $300 \geq x_5$; (7)-ből $250 \geq x_5$; (8)-ből $-250 \leq x_7$; x_5, x_7 egészek.

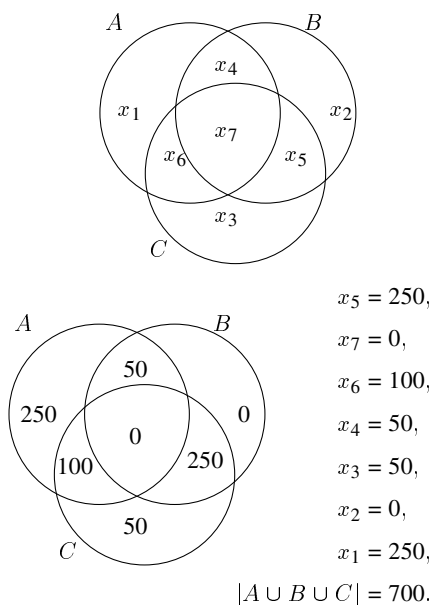
Összefoglalva, $0 \leq x_7 \leq 50$, $0 \leq x_5 \leq 250$ és egészek.

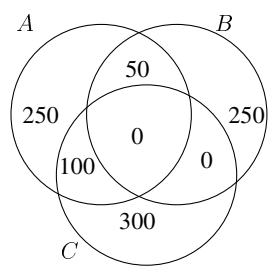
Ugyanakkor

$$|A \cup B \cup C| = x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 250 + x_7 + 250 - x_5 + 300 - x_5 + 50 - x_7 + x_5 + 100 - x_7 + x_7 = 950 - x_5,$$

így ez akkor maximális, ha x_5 minimális, és fordítva. Tehát $700 \leq |A \cup B \cup C| \leq 950$, és az egyenlőségekre a 2. és 3. ábra mutat példát.

Deli Tamás (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján





$x_5 = 0,$
 $x_7 = 0,$
 $x_6 = 100,$
 $x_4 = 50,$
 $x_3 = 300,$
 $x_2 = 250,$
 $x_1 = 250,$

$$|A \cup B \cup C| = 950.$$