

**I. megoldás.** Jelöljük a hurok metszéspontját  $M$ -mel, és legyen  $AM = 1$  egység. Tükrözzük a  $CD$  húr az  $AB$  felező merőlegesére (1. ábra). Nyilván  $CDD'C'$  egy téglalap, és ezért  $DD' = CC' = MM' = 4$ . Mivel a hosszabbik  $AB$  köríven a  $D$  pont van, az  $AD$  ív fele a  $DB$  ívnek. A tükrözés folytán az  $AD$  ív és a  $BD'$  ív egyenlő, ezért előbbi megjegyzésünket is figyelembe véve  $AD = BD' = DD' = 4$ . Az elmondottakból következik, hogy az  $ADC'C$  négyszögben  $AD = CC' = 4$ , és ennek a húrnégyszögnek a  $DC'$  oldala a kör egy átmérője. Ezért ez a négyszög szimmetrikus  $DC'$  felező merőlegesére. De akkor az  $ADC$  és a  $CC'A$  háromszögek egybevágók, amiért területük egyenlő:  $\frac{CD \cdot 1}{2} = \frac{4 \cdot CM}{2}$ . Ebből következik, hogy  $CD = 4 \cdot CM$ , amiből  $MD = 3 \cdot CM$ , tehát  $CM : MD = 1 : 3$ .

Pap Júlia (Debrecen, Fazekas M. Gimn, I. o.t.) dolgozata alapján

**II. megoldás.** Legyen az  $AOD \sphericalangle = \alpha$ . A második feltétel szerint  $BOD \sphericalangle = 2\alpha$ , és így  $AOB \sphericalangle = 360^\circ - 3\alpha$  (lásd 2. ábra). A kerületi és középponti szögek összefüggése alapján  $ABD \sphericalangle = \frac{\alpha}{2}$ ,  $BCD \sphericalangle = \alpha$ ,  $ADB \sphericalangle = 180^\circ - \frac{3}{2}\alpha$ . A hurok merőlegességéből következik, hogy  $ABC \sphericalangle = ADC \sphericalangle = 90^\circ - \alpha$ . Ezután belátjuk, hogy a  $BCD$  háromszög egyenlő szárú.  $CDB \sphericalangle = 180^\circ - \frac{3}{2}\alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ ,  $CBD \sphericalangle = \frac{\alpha}{2} + (90^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ , amiből valóban következik, hogy  $CB = CD = c + d$ . Legyen most is  $AM = 1$ . Az  $AMD$  és  $CMB$  háromszögek hasonlóságából  $\frac{1}{d} = \frac{c}{5}$ , amiből  $c = \frac{5}{d}$ . A  $CMB$  háromszög a Pitagorasz-tételt alkalmazva  $c^2 + 5^2 = (c + d)^2$ , majd fölhasználva, hogy  $c = \frac{5}{d}$ ,  $d = \sqrt{15}$  adódik.

A keresett arány  $c : d = \frac{5}{\sqrt{15}} : \sqrt{15} = 1 : 3$ .

Bakos Péter (Eger, Szilágyi E. Gimn., III. o.t.)

*Megjegyzés:* Többen trigonometriai ismeretek felhasználásával oldották meg a feladatot.

