

**1. megoldás.** Az 1. ábrán  $O_1$  és  $O_2$  a  $k_1$ , ill.  $k_2$  kör középpontja. Az  $ARS \sphericalangle = \alpha$  a  $k_1$  körben az  $RA$  ívhez tartozó érintő szárú kerületi szög, ezért  $RO_1A \sphericalangle = 2\alpha$ . Hasonlóan látjuk, hogy  $AO_1P \sphericalangle = 2\beta$ , és így  $RO_1P \sphericalangle = 2(\alpha + \beta)$ . Az  $RO_1P \sphericalangle$  és  $SO_2Q \sphericalangle$  egyállású szögek, amiért  $SO_2Q \sphericalangle = 2(\alpha + \beta)$ . Tehát az  $SO_2Q$  középponti szöghöz tartozó  $SAQ$  kerületi szög  $\alpha + \beta$ . Ezért az  $A$  ponton átmenő  $e$  egyenest meghúzhattuk úgy, hogy  $AS$ -sel  $\alpha$ ,  $AQ$ -val  $\beta$  szöget zárjon be. Ezek a szögek az  $ARS$ , ill.  $APQ$  háromszög köré írt körében az  $AS$ , ill.  $AQ$  ívhez tartozó érintő szárú kerületi szögek, az  $e$  egyenes tehát mindkét kört érinti. De akkor a két kör érinti egymást (az  $A$  pontban).

(Az  $e_1 \parallel e_2$  esetben a feladat állítása triviális.)

Ugron Balázs, (Veszprém, Lovassy L. Gimn., III. o.t.)

**2. megoldás.** Tekintsük azt az inverziót, amelynek alapköre átmege  $A$ -n, pólusa pedig a  $k_1$  és  $k_2$  másik metszéspontja,  $B$ . A  $k_1$  és  $k_2$  körök képe ekkor az  $f_1$  és  $f_2$  egyenes (2. ábra), amelyek  $A$ -ban metszik egymást. Az  $e_1$  és  $e_2$  érintők képe az  $m_1$ , ill.  $m_2$  kör, amelyeknek  $B$  közös pontja, és mindkét kör érinti  $f_1$ -et és  $f_2$ -t is. A  $PAQ$ , ill.  $RAS$  háromszögek körülírt köreinek inverze a  $P'AQ'$  és az  $R'AS'$  pontokon átmenő kör. Ezek szimmetrikusak az  $f_1$  és  $f_2$  (egyik) szögfelezőjére. Ezért ez a két kör  $A$ -ban érinti egymást, tehát az eredeti körök is érintik egymást.

