

Válasszuk ki az összes körlemez közül a legkisebb sugarút, legyen ez K . Megmutatjuk, hogy ebbe a körlemezbe halmazonként legfeljebb 5–5 körlemez metszhet bele.

Legyen K középpontja O , sugara r , és tegyük fel, hogy ebbe két legalább ekkora sugarú, diszjunkt körlemez: K_1 és K_2 belemetsz. Legyen ezek középpontja O_1 és O_2 , sugaraik $r_1 \geq r$ és $r_2 \geq r$.

Az, hogy K_1 és K_2 diszjunkt, ekvivalens azzal, hogy $O_1O_2 \geq r_1 + r_2$. Az pedig, hogy belemetszenek K -ba, azt jelenti, hogy $OO_1 < r + r_1$ és $OO_2 < r + r_2$. Mindezekből következik, hogy $OO_1 < r + r_1 \leq O_1O_2$ és $OO_2 < r + r_2 \leq O_1O_2$, vagyis az OO_1O_2 háromszögben a leghosszabb oldal O_1O_2 . A háromszög legnagyobb szöge a leghosszabb oldallal szemben fekszik, tehát az O_1OO_2 szög nagyobb, mint 60° . Ha lenne 6 diszjunkt körlemez, amely belemetsz K -ba, akkor ezek közül valamelyik kettő középpontja 60° -nál nem nagyobb szögben látszana O -ból, ami ellentmondás.

A kiválasztandó 333 körlemez egyike K lesz. A többi körlemez kiválasztásához hagyjuk el azt a halmazt, amely tartalmazza K -t, a többi halmazból pedig azokat a körlemezeket, amelyek belemetszenek K -ba. Így 332 halmazunk marad, mindegyikben legalább 1990 körlemez.

Ezt az eljárást 332-szer elvégezve még mindig marad egy halmaz legalább $1995 - 332 \cdot 5 = 335$ körlemezzel, ezek bármelyikét kiválaszthatjuk.

Sánta Zsuzsa (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., III. o. t.)

