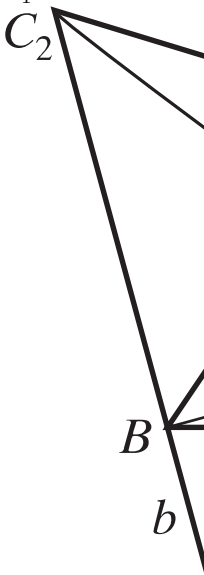


Használjuk az *ábra* jelöléseit, ahol  $m_c$  az  $A_1B_1$  és  $A_2B_2$  egyenesek távolsága; hasonló szerepűek az  $m_b$  és  $m_a$  szakaszok. Az  $ABC\triangle$  területe legyen  $t$ , az  $A_2B_2C_2\triangle$  oldalai pedig  $a, b, c$ . Az oldalak párhuzamossága miatt az  $A_1B_1C_1$  és



$A_2B_2C_2$  háromszögek hasonlóak. Ha a hasonlóság aránya  $k$ , akkor  $\frac{t_1}{t_2} = k^2$ , azaz  $\sqrt{\frac{t_1}{t_2}} = k$ .

Számoljuk ki először az  $A_2B_2C_2\triangle$  területét az *ábrán* látható 3 trapéz és az  $A_1B_1C_1\triangle$  területének összegeként:

$$t_2 = \frac{a+ka}{2}m_a + \frac{b+kb}{2}m_b + \frac{c+kc}{2}m_c + t_1 = (1+k) \left( \frac{am_a}{2} + \frac{bm_b}{2} + \frac{cm_c}{2} \right) + k^2t_2.$$

Ebből

$$t_2(1-k^2) = (1+k) \left( \frac{am_a}{2} + \frac{bm_b}{2} + \frac{cm_c}{2} \right),$$

és így

$$(1) \quad t_2(1-k) = \frac{am_a}{2} + \frac{bm_b}{2} + \frac{cm_c}{2}.$$

Hasonlóan fölírhatjuk az  $ABC\triangle$  területét:

$$t = \frac{k \cdot a}{2} \cdot m_a + \frac{k \cdot b}{2} \cdot m_b + \frac{k \cdot c}{2} \cdot m_c + t_1,$$

amiből

$$(2) \quad \frac{t - k^2 \cdot t_2}{k} = \frac{a \cdot m_a}{2} + \frac{b \cdot m_b}{2} + \frac{c \cdot m_c}{2}.$$

Mivel (1) és (2) jobb oldala azonos,  $t_2(1-k) = \frac{t}{k} - k \cdot t_2$ , és így  $t = k \cdot t_2$ . Mivel  $k = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}}$ ,  $t = \sqrt{\frac{t_1}{t_2}} \cdot t_2 = \sqrt{t_1 \cdot t_2}$ . Tehát az  $ABC\triangle$  területe a másik két háromszög területének mértani közepe.

*Kováts Antal* (Bp., ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., IV. o.t.) és *Varga Tamás* (Szigetvár, Zrínyi M. Gimn., III. o.t.)