

I. megoldás. Rajzoljunk egy derékszögű háromszöget, amelynek befogói 8 és 15 egység hosszúak, a 8 egységgel szemben levő hegyesszöge α , másik hegyesszöge β , az átfogó $AB = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$. Forgassuk le az AB átfogót a CA félegyenesre. Az ABD egyenlő szárú háromszögben $AD = 17$, $BDA \angle = ABD \angle = \frac{\alpha}{2}$.

Az ABC háromszögből $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$, hiszen $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{8}{15} = \alpha$.

A BCD háromszögből

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right) = \frac{32}{8} = 4, \quad \text{innen} \quad \operatorname{arc} \operatorname{tg} 4 = \frac{\alpha}{2} + \beta.$$

Mivel

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\pi}{2} - \alpha, \\ \operatorname{arc} \operatorname{tg} 4 &= \frac{\alpha}{2} + \beta = \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}. \end{aligned}$$

Azaz

$$2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} 4 = \pi - \alpha = \pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{8}{15}.$$

Ezt behelyettesítve a hányados értéke:

$$\frac{\pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{8}{15}}{\pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{8}{15}} = 1.$$

Egyed Gábor, (Szombathely, Orlay F. Károly Szakközépisk., III. o. t.)

II. megoldás. Legyen $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{8}{15} = \alpha$, $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 4 = \beta$. Ekkor $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$ és $\operatorname{tg} \beta = 4$.

Írjuk fel $\operatorname{tg} 2\beta$ -ra az ismert összefüggést:

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2 \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{8}{1 - 4^2} = -\frac{8}{15} = -\operatorname{tg} \alpha,$$

mivel $-\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\pi - \alpha)$, $2\beta = \pi - \alpha$ ($0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$). Behelyettesítve α és β értékét

$$2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} 4 = 2\beta = \pi - \alpha = \pi - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{8}{15},$$

tehát a hányados értéke 1.

Megjegyzés. A megoldásban felhasználtuk, hogy $\pi - \alpha$ és 2β a $(0, \pi)$ intervallumba esik, mert különben nem lenne igaz az, hogy ha $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = \operatorname{tg} 2\beta$ -val, akkor $\pi - \alpha = 2\beta$.

