

Tetszés szerinti négy számból, a, b, c, d -ből a feladatban szereplő összeget képezve és egyet hozzáadva szorzattá alakítható kifejezést kapunk, ugyanis

$$1 + (a + b + c + d) + (ab + ac + ad + bc + bd + cd) + \\ + (abc + abd + acd + bcd) + abcd = (1 + a)(1 + b)(1 + c)(1 + d),$$

amint az könnyen látható.

Ha a számok egymás utáni páratlan számok, akkor az 1-gyel megnövelt számok egymás utáni páros számok. A köztük középen levő páratlan számot (páratlan számaink közül növekedő sorrendben a harmadikat) x -szel jelölve páros számaink $x - 3, x - 1, x + 1, x + 3$. Ezek szorzatáról tudjuk, hogy 1-gyel nagyobb az adott összegnél, azaz

$$(11) \quad \begin{aligned} (x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3) &= (x^2 - 9)(x^2 - 1) = \\ &= x^4 - 10x^2 + 9 = 26\,880. \end{aligned}$$

Ebből

$$x^4 - 10x^2 - 26\,871 = 0, \quad x^2 = 5 \pm 164.$$

Csak a pozitív gyökhöz, 169-hez tartozik valós x érték, és pedig $x_1 = 13, x_2 = -13$. Ezek páratlan egész számok, így van a feladat feltételeinek megfelelő számnégyes, kettő is: 9, 11, 13, 15 és $-17, -15, -13, -11$.

Megjegyzések. 1. Nem használtuk fel a megoldásban a számok páratlan egész voltát, így elég lett volna csak annyit előírni, hogy 2 különbségű számtani sorozatot alkossanak.

Tovább haladhatunk (11)-ből ezeknek a feltételeknek a kihasználásával és a számtani és mértani közép egyenlőségét használva. (11) pozitív megoldásait keresve a bal oldal a négy egymás utáni páros szám mértani közepének a negyedik hatványa. A számok számtani közepe az x páratlan szám, erre

$$x > \sqrt[4]{26\,880} > \sqrt{163} > 12.$$

$x = 13$ -mal próbálkozva $10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16 = 26\,880$, s így megoldást kaptunk, 9, 11, 13, 15 kielégíti a feladat követelményeit. Minden tényezőt a negatívjával helyettesítve látjuk, hogy $-12 - 1 = -13$ is megoldást ad, s így a $-17, -15, -13, -11$ számok is megfelelnek a feladat követelményeinek. Mivel (11) bal oldalának az értéke $x = \pm 1, \pm 3$ -ra 0, 3-nál nagyobb abszolút értékű x -ekre pedig x abszolút értékének növekedésével minden tényező abszolút értéke, tehát a szorzat is növekszik, így több megoldás nincs.