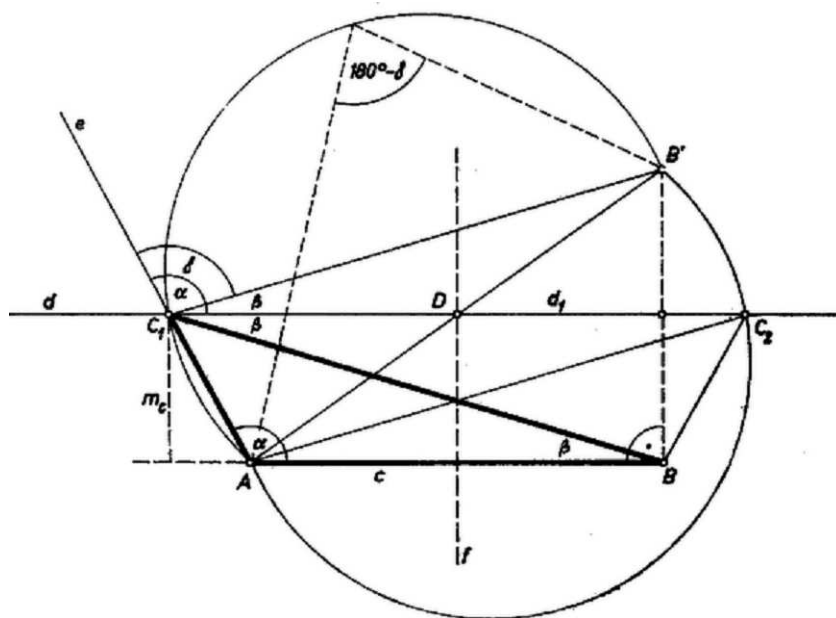


Ha az adott szögekülönbség 0, akkor egyenlő szárú háromszöget kell szerkeszteni az alapjából és az ehhez tartozó magasságból. Ennek megoldása jól ismert, így tovább azzal az esettel foglalkozunk, amikor az adott δ szögekülönbség pozitív.

Legyen ABC a keresett háromszög, a jelölést úgy választva, hogy $AB = c$ legyen az adott hosszúságú oldal, C -nek AB -től való távolsága az adott m_c magasság, az A és B csúcsoknál levő α és β szög különbsége pedig δ . Húzzuk meg C -n át az AB -vel párhuzamos d egyenest. Ennek C -ből induló és AB -vel egyező irányú d_1 félegyenese CB -vel β nagyságú szöget zár be, az AC oldal C -n túli meghosszabbításával, e -vel bezárt szöge pedig α . Így CB -t d -re tükrözve létrejön az adott szögekülönbség. Jelöljük B tükörképét d -re B' -vel, ekkor CB' is β nagyságú szöget zár be d_1 -gyel, s így CB' és e szöge δ , tehát $\angle ACB' = 180^\circ - \delta$.



1. ábra

A d egyenes és B -nek erre vonatkozó tükörképe C ismerete nélkül is megszerkeszthető. Így a következő szerkesztéshez jutottunk: Rajzoljunk c hosszúságú AB szakaszt és az AB egyenes egyik oldalán, tőle m_c távolságban egy vele párhuzamos d egyenest. Szerkesszük meg a B pont d -re vonatkozó tükörképét, B' -t. Szerkesszük meg végül azt a körívpárt, amiről az AB' szakasz $180^\circ - \delta$ szögben látszik. A d egyenes és a körívpár C_1 és C_2 metszéspontja lehet a háromszög harmadik csúcsa. Ezek meg is felelnek, mert bármelyiket jelölve C -vel az ABC háromszögben $AB = c$, az erre merőleges magasság m_c , továbbá d -nek a C -ből induló, AB -vel egyirányú félegyenese AC meghosszabbításával α nagyságú szöget zár be. CB' -vel pedig ugyanakkorát, mint a tükörképével, CB -vel, az utóbbi szög szárai pedig ellenkező irányban párhuzamosak β száraival. Így α és β különbsége egyenlő az AC meghosszabbítása és CB' közti szöggel, ami viszont az $\angle ACB'$ kiegészítő szöge, tehát δ .

A keletkezett két háromszög egymás tükörképe az AB oldal f felező merőlegesére, ugyanis a körívpár centrál-szimmetrikus az AB' szakasz D felezőpontjára. Ezen megy át a d egyenes is, mert átmegy BB' felezőpontján és párhuzamos AB -vel. Ugyancsak átmegy D -n f is, mint az ABB' derékszögű háromszög középvonala. Így C_1 és C_2 az f -re D -ben merőleges d egyenesen D -től egyenlő távolságra van, tehát a két pont egymás tükörképe f -re vonatkozóan.

Mivel A és B' a d egyenes különböző partján van, így az egyenes a körívpár mindkét ívét metszi és mindegyiket csak egy pontban, a feladatnak tehát mindig van megoldása és csak egy (ha, mint szokás, egybevágó megoldásokat nem tekintünk lényegesen különbözőknek).