

Próbáljuk meg a négyzetgyök alatti különbségeket egy-egy különbség négyzetévé alakítani. Kézenfekvő egész számokból vont négyzetgyökök különbségére gondolni, tehát megpróbálni

$$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=a+b-2\sqrt{ab}=a+b-\sqrt{4ab}$$

alakra hozni az egyes gyökjelek alatti értékeket. Az első tag esetében ekkor $a+b=7$, $ab=48/4=12$ kell hogy fennálljon, és ennek a 3, 4 számpár megfelel. Mivel a négyzetgyökök pozitív értékét keressük, így

$$\sqrt{7-\sqrt{48}}=\sqrt{\left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right)^2}=2-\sqrt{3}.$$

Hasonlóan a második tag esetében az $a+b=5$, $ab=6$ egyenletrendszer adódik; megoldása 2, 3, s így

$$\sqrt{5-\sqrt{24}}=\sqrt{3}-\sqrt{2};$$

a harmadik tagnál pedig $a+b=3$, $ab=2$ megoldása az 1, 2 számpár, s így

$$\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{2}-1.$$

Ezeket összeadva

$$\sqrt{7-\sqrt{48}}+\sqrt{5-\sqrt{24}}+\sqrt{3-\sqrt{8}}=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1=1.$$

Megjegyzés. A fenti eljárással általában különbséggé alakítható egy $\sqrt{u\pm\sqrt{v}}$ alakú kifejezés (ahol $u, v > 0$, $u^2 > v$). Ez esetben az előbbi gondolatmenet az $a+b=u$, $4ab=v$ egyenletrendszerre vezet. Ennek a gyökei az $x^2-ux+v/4=0$ egyenletnek tesznek eleget, tehát az $\left(u\pm\sqrt{u^2-v}\right)/2$ értékek, így a

$$\sqrt{u\pm\sqrt{v}}=\sqrt{\frac{u+\sqrt{u^2-v}}{2}}\pm\sqrt{\frac{u-\sqrt{u^2-v}}{2}}$$

azonossághoz jutunk.