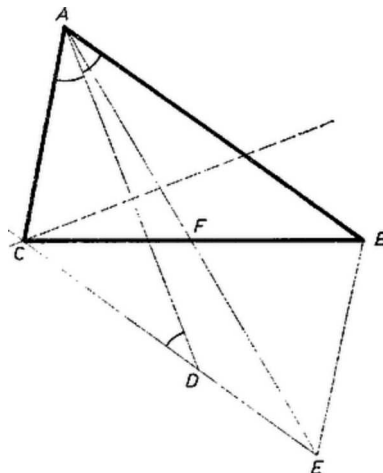


Készítsünk vázlatot, legyen ABC a keresett háromszög, az A csúcsnál levő α szög, az onnan induló s_a súlyvonal és az A -ból kiinduló két oldal különbsége adottak. Jelöljük A -nak a BC oldal F felezőpontjára való tükörképét E -vel. Az $ABEC$ négyszög paralelogramma, amelyben ismertek a szögek (az A -nál és E -nél levő α , a B -nél és C -nél levő $180^\circ - \alpha$), az AE átló ($2s_a$) és a szomszédos oldalak különbsége. Az ACE háromszöget tekintve, abban ismert az AE oldal, a szemközti szög és az azt bezáró oldalak különbsége, így megszerkesztése a tankönyvből ismert alapeladat: ráérve CE -re a $CD = CA$ szakaszt az ACD háromszög egyenlő szárú, amiből $\angle ADE = 180^\circ - \alpha/2$ adódik, ismert továbbá az ADE háromszögben két oldal: DE (a különbség) és $AE = 2s_a$.



Ezek után a szerkesztés menete a következő: Az előírt különbséggel egyenlő hosszú DE szakaszt húzunk, ezzel D -ben $180^\circ - \alpha/2$ szöget bezáró félegyenest szerkesztünk és ezt elmetsszük az E középpontú, $2s_a$ sugarú körívvél: a metszéspont legyen A . Megszerkesztjük az AD szakasz felező merőlegesének és az ED egyenesnek C metszéspontját; végül vesszük C -nek az AE szakasz F felezőpontjára való B tükörképét.

Az ABC háromszög megfelel a feltételeknek. Ugyanis a tükrözés miatt F felezi a BC szakaszt, tehát AF az ABC háromszög súlyvonala, másrészt hossza s_a . Az $ECAB$ négyszög paralelogramma, AB párhuzamos CD -vel, ezért a BAD és CDA szögek egyenlők, ugyanis váltószögek, továbbá $\angle DAC = \angle CDA$, mert az ACD háromszög egyenlő szárú, így pedig $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 2\angle CDA = \alpha$. Végül $AB - AC = CE - CA = CE - CD = DE$, az előírt hosszúság.

Minthogy nyilvánvalóan $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, azért $\angle ADE = 180^\circ - \alpha/2 > 90^\circ$, tehát ez a szög az ADE háromszög legnagyobb szöge. Így az ADE háromszög szerkeszthetőségének feltétele, hogy $AE > ED$ legyen, azaz a keresett háromszög súlyvonalának kétszerese nagyobb legyen a szöget bezáró oldalak különbségénél. Másrészt $\alpha/2$ hegyesszög, azért C mindenestre létrejön és pedig valóban DE -nek D -n túli meghosszabbításán, amint a különbség képezésében felhasználtuk. Végül B mindig létrejön, ezért a feladatnak a mondott feltétel teljesülése esetén 1 megoldása van.