

Keressük a pozitív egész megoldásokat. Jelöljük a keresett két szám legkisebb közös többszörösét t -vel, a legnagyobb közös osztót d -vel. A legkisebb közös többszörös osztható a számok mindegyikével, s így legnagyobb közös osztójukkal is, tehát a $t - d$ különbség, ami a feladat feltétele szerint 19, osztható d -vel. Mivel 19 prímszám, (pozitív) osztója csak 1 és 19, csak ezek jönnek tehát tekintetbe d gyanánt.

Ha $d = 1$, akkor $t = 1 + 19 = 20$ a két keresett szám legkisebb közös többszöröse, és a számok relatív prímek, így a legkisebb közös többszörösük a szorzatuk. 20 két egymáshoz relatív prím tényezőre való felbontásai (a tényezők sorrendjétől eltekintve) $1 \cdot 20$ és $4 \cdot 5$, tehát 1, 20 és 4, 5 két megfelelő számpár.

Ha $d = 19$, akkor $t = 38$, így a két szám 19 többszöröse és 38 osztója, tehát 19 vagy 38. A két szám nem lehet egyenlő, mert akkor $t - d = 0$ lenne, a 19, 38 számpár viszont megfelel a feladat feltételeinek. – Így 3 pozitív egészezből álló számpár elégíti ki a feladat követelményeit.

Ha negatív egészeket is tekintetbe veszünk, akkor azok a számpárok felelnek meg, amelyek a fentiekből az egyik, vagy mindkét szám előjelének a megváltoztatásával keletkeznek, ugyanis egy számnak és a negatívjának ugyanazok a többszörösei és ugyanazok az osztói. Így két számnak a legkisebb közös többszöröse és legnagyobb közös osztója ugyanaz, mint a két szám abszolút értékéé.

Megjegyzés. Sok versenyző csak felírt egy vagy két megoldást, vagy mind a hármat is, de minden indokolás nélkül. Ezek mellett lehetne a feladatnak még akárhány további megoldása is. Lényeges matematikai gondolatot éppen annak a belátása igényelt, hogy a fenti 3 számpár az összes megoldást megadja.