

I. megoldás. Az állítást fogalmazhatjuk szimmetrikusabban a következő módon: vagy p és $8p-1$ közül legalább az egyik összetett szám, vagy $8p+1$ összetett szám; még szimmetrikusabban: a p , $8p-1$ és $8p+1$ számok közül legalább az egyik összetett. Vizsgáljuk p -t a 3-mal való osztás maradéka szempontjából. Ekkor p vagy 1-et vagy 2-t ad maradékul, vagy osztható 3-mal, azaz vagy $3n+1$, vagy $3n+2$, vagy $3n$ alakú. Az első esetben $8p+1 = 24n+9 = 3(8n+3)$ összetett szám, mert $8n+3 > 1$; a másodikban $8p-1 = 24n+15 = 3(8n+5)$ osztható 3-mal és nagyobb mint 3; ha pedig $p = 3n$, akkor 1-re összetett, $n = 1$ ($p = 3$) esetén pedig $8p+1 = 25$ összetett szám. Ezzel az állítást igazoltuk.

II. megoldás. $8p-1$, $8p$, $8p+1$ három egymás után következő természetes szám, ezért közülük egy (és csakis egy) osztható 3-mal. Ha p a 3-tól különböző prímszám és $8p-1$ is prímszám, akkor sem az első, sem a második szám nem osztható 3-mal, tehát $8p+1$ -nek kell 3-mal oszthatónak lennie. Mivel pedig ez a szám nagyobb, mint 3, tehát összetett.

Ha $p = 3$, akkor $8p-1 = 23$ prím, viszont $8p+1 = 25$ összetett.

Ezzel a feladat állítását igazoltuk.