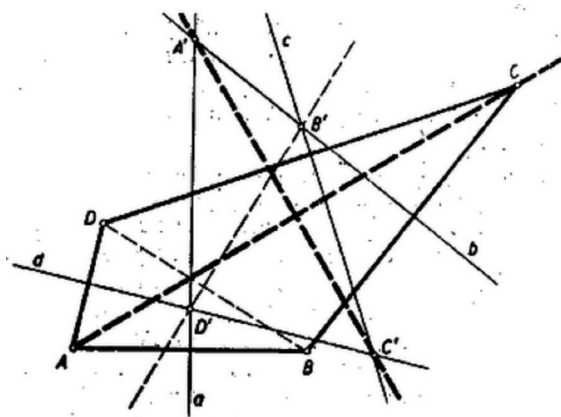


**3. feladat.** Az  $ABCD$  négyszög  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  és  $DA$  oldalainak felező merőlegesei legyenek rendre „ $a$ ”,  $b$ ,  $c$  és  $d$ ; az  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$  és  $da$  egyenesek metszéspontjait pedig jelöljük  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ -vel. Mutassuk ki, hogy ha az „ $a$ ”,  $b$ ,  $c$  és  $d$  egyenesek metszik egymást, és nem egy ponton mennek át, akkor az  $A'C'$  és  $B'D'$  egyenesek merőlegesek az eredeti négyszög átlóira.

**Megoldás.** Az  $a$ ,  $b$ ,  $c$  és  $d$  oldalfelező merőlegesek közül már három sem mehet át egy ponton. Ha ugyanis három egy ponton menne át, akkor ez a metszéspont egyenlő távol lenne az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$  pontok mindegyikétől, ezért a negyedik oldal felező merőlegese is átmenne rajta. Ezt az esetet pedig a feladat kizárja. Az  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  és  $D'$  tehát négy különböző pont.



Az  $A'$  pont az  $ABC$  háromszög  $AB$  és  $BC$  oldalai felező merőlegesének metszéspontja, ezért az  $AC$  oldal felező merőlegese is átmegy rajta. Ugyanígy  $C'$  az  $ADC$  háromszög  $CD$  és  $DA$  oldalai felező merőlegesének metszéspontja, tehát rajta van az  $AC$  oldal felező merőlegesén is. E két háromszög közös  $AC$  oldala az eredeti négyszögnek egyik átlója, tehát az  $A'$  és  $C'$  pontok által meghatározott egyenes éppen az  $AC$  átló felező merőlegese.

Ugyanígy adódik – az  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  betűk szerepét rendre  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $A$ -nak adva át –, hogy a  $B'D'$  egyenes a  $BD$  átló felező merőlegese.

Ezzel a feladat állításánál többet mutattunk meg: az  $A'C'$  és  $B'D'$  egyenesek nemcsak merőlegesek az  $ABCD$  négyszög átlóira, hanem felezik is azokat.